CLASE 3 – MÓDULO V

En esta clase nos proponemos aprender a multiplicar polinomios, hallar la expresión desarrollada del cuadrado de un binomio, obtener el cociente y el resto de una división de polinomios aplicando la regla de Ruffini y resolver algunos problemas.

¿Cómo citar esta clase?

Programa Oportunid@des, Dirección de Educación de Jóvenes y Adultos, Consejo General de Educación de Entre Ríos, 2018. Matemática, Clase 3, Módulo V.

Dirección de EDUCACIÓN DE JÓVENES Y ADULTOS
Consejo General de Educación
Gobierno de Entre Ríos

Programa OPORTUNIDADES
ACCESO DIGITAL a la EDUCACIÓN SECUNDARIA

SEMANA 1

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

Recordemos lo dicho en la clase anterior:

En una empresa se usa una fórmula polinómica para determinar el precio unitario de venta $P(x)$ y el costo de producción $C(x)$ de un producto que ellos fabrican. Estos polinomios son:

$$P(x) = 8 - 0{,}7x$$

$$C(x) = 6 + 1{,}3x$$

El ingreso $I(x)$ se obtiene multiplicando la cantidad de artículos vendidos, x, por el precio unitario $P(x)$.

$$I(x) = P(x).x$$

$$I(x) = (8 - 0{,}7x).x$$

$$I(x) = 8x - 0{,}7x^2$$

La ganancia $G(x)$ es la diferencia entre el ingreso $I(x)$ y el costo $C(x)$.

$$G(x) = I(x) - C(x)$$

$$G(x) = (8x - 0{,}7x^2) - (6 + 1{,}3x)$$

$$G(x) = -0{,}7x^2 + 6{,}7x - 6$$

Como vemos podemos realizar operaciones con polinomios.

A continuación aprenderemos las reglas para multiplicar polinomios:

MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS

Observa el procedimiento para multiplicar dos o más monomios.

$$(4x^3).(-5x^2) = -20x^5$$

$4.(-5) = -20$

Se multiplican los coeficientes

$x^3.x^2 = x^{3+2} = x^5$

Se suman los exponentes

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

Multipliquemos estos polinomios:

$$P(x) = 3x^2 + 5x \quad y \quad Q(x) = -2x^3 + x^2$$

Es conveniente que los polinomios estén ordenados. Se los dispone en forma práctica, uno debajo del otro, para multiplicar cada término del primer polinomio por cada término del segundo.

Mira el siguiente video para comprender el procedimiento. Control click sobre la imagen.

ACTIVIDAD 1 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones de monomios:

$a)(2x^2).(-6x) =$ $\qquad$ $b)\left(-\frac{1}{2}x^2\right).(8x^3) =$ $\qquad$ $c)\ (-\frac{4}{9}x^4).(-\frac{15}{8}x^5) =$

2. Teniendo en cuenta los siguientes polinomios:

$$P(x) = 5x^2 - x^3 + 4x \quad y \quad Q(x) = x^2 - 2x$$

Calcula $P(x).Q(x)$ y $Q(x).P(x)$

SEMANA 2

PRODUCTOS ESPECIALES

PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE LOS MISMOS TÉRMINOS.

Calculemos el producto:

$$(x+2).(x-2) = x^2 - 4$$

$$(x)^2 \qquad 2^2$$

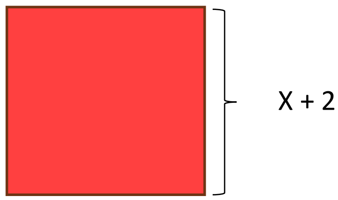
$$\begin{array}{r} x+2 \\ \underline{x-2} \\ -2x-4 \\ \underline{x^2+2x \qquad} \\ x^2+0x-4 \end{array}$$

Al multiplicar la suma por la diferencia de los mismos términos se obtiene la diferencia de los cuadrados de ambos términos.

Mira este video para conocer una comprobación geométrica de este producto.

CUADRADO DE UN BINOMIO

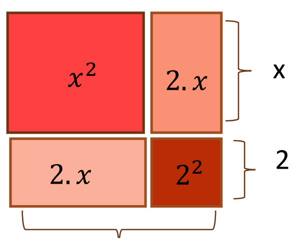
Pensemos que tenemos un cuadrado cuyo lado mide una cantidad desconocida, más 2 metros. En lenguaje algebraico escribimos: Lado = x + 2



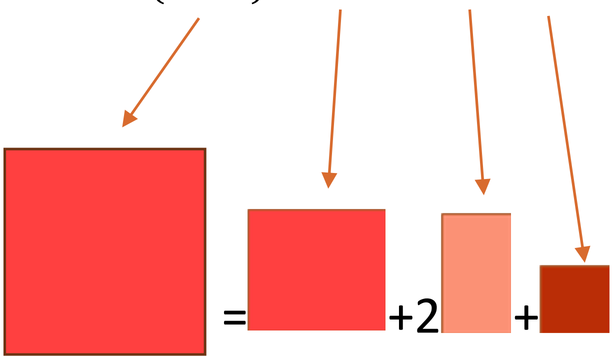
La superficie del cuadrado se calcula elevando la longitud del lado al cuadrado. Es decir:

Superficie = lado^2= $(x+2)^2$

Si observamos el gráfico vemos que el cuadrado de lado x+2 está formado por dos cuadrados distintos y dos rectángulos iguales.



$$(x+2)^2 = x^2 + 2.2x + 2^2$$



El cuadrado de un binomio es igual a cuadrado del primer término, más el doble del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

Si el segundo término es negativo, el término de los rectángulos será también negativo.

Observa: $(x-2)^2 = x^2 - 2.2x + 2^2$

El cuadrado de un binomio siempre da por resultado un trinomio.

ACTIVIDAD 2 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Halla los siguientes productos aplicando la regla del producto de la suma por la diferencia de términos iguales.

$a)\ (x-5).(x+5) =$ $\qquad$ $c)\ (x^2+x).(x^2-x)=$

$b)(x^2\text{-}3).\ (x^2\text{+}3)=$ $\qquad$ $d)\ (\ x^3-2x).\ (\ x^3+2x)=$

2. Desarrolla los siguientes cuadrados aplicando la regla del cuadrado del binomio:

$a)\ (x+5)^2 =$ $\qquad$ $c)\ (2x+8)^2 =$

$b)\ (x-5)^2 =$ $\qquad$ $a)\ (x^3-3)^2 =$

SEMANA 3

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

Los polinomios también se pueden dividir.

Comencemos dividiendo monomios

$$(8x^5):(-2x^2) = -4x^3$$

$8:(-2) = -4$

Se dividen los coeficientes

$x^5.x^2 = x^{5-2} = x^3$

Se restan los exponentes

Recuerda:

$$a:b = c$$

Dividendo

Divisor

Cociente

Si la división no es exacta obtenemos un resto

Ahora dividamos un polinomio por un monomio:

$$(8x^4 + 6x^3 - 4x^2):(2x^2) =$$
$$= 4x^2 + 3x - 2$$

Se divide cada término del polinomio dividendo por el monomio divisor:

- Las flechas rojas indican: $8x^4: 2x^2 = 4x^2$
- Las azules: $6x^3: 2x^2 = 3x$
- Y las verdes : $-4x^2: 2x^2 = -2$

REGLA DE RUFFINI

La superficie de un rectángulo se puede expresar con el siguiente polinomio $2x^3 + 5x^2 - x - 5$. Se sabe que su altura mide $x + 2$. ¿Cuál es el polinomio que permite obtener la longitud de su base?

Encontremos juntos la respuesta:

Sabemos que la superficie S del rectángulo se calcula multiplicando la longitud de la base por la de la altura.

$$S = b.h$$

Si conocemos la superficie y la base, podemos calcular la altura realizando la siguiente división $h = S: b$

Hoy aprenderemos una regla muy práctica para resolver algunas divisiones entre polinomios..

Veamos, cómo se aplica la regla:

Consideremos los polinomios $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - x - 6$

Y $Q(x) = x + 2$

Y calculemos $P(x): Q(x)$

Dividendo $2x^3 + 5x^2 - 1x - 6$ Divisor $x + 2$

	2	5	-1	-6
		+	+	+
-2		-4	-2	6
	2	1	-3	0

Coeficientes del dividendo

$C(x) = 2x^2$+1x- 3 $R(x) = 0$

Cociente Resto

El cociente es un grado menor que el dividendo

La flecha **verde** indica que el término independiente del divisor se cambia de signo.

El coeficiente principal, 2, se baja sin ser modificado; luego se lo multiplica por -2 y el resultado, -4, se anota debajo del segundo coeficiente y se suman. Este proceso sigue con todos los coeficientes.

Los números que se obtienen son los coeficientes del Cociente y el último valor es el resto.

De este modo encontramos que la altura h del rectángulo es $2x^2 + x - 3$.

Importante:

- Solo se puede usar cuando el divisor es un binomio de primer grado y tiene coeficiente principal 1. Por ejemplo cuando el divisor es:$(x + 2)$; $(\ x - 5)$; $o\ \ (x + \frac{3}{2})$ y cualquier binomio que te imagines con esas características
    - El polinomio divisor debe estar completo y ordenado.

Repasa la regla de Ruffini con el siguiente video. Control click sobre la imagen.

ACTIVIDAD 3 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Resuelve estas divisiones:

$a)\ 12x^5 : (-3x^3) =$ $b)\ (15x^5 - 5x^2 + 20x^3) : (5x) =$

2. Efectúa las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini. No te olvides de expresar el cociente y el resto.

$a)\ (x5\ +\ x4\ -\ x3\ +\ x2\ -\ 3x\ +\ 5) : (x\ -\ 1)$

$b)\ (3x5\ +\ 2x\ +\ 4) : (x\ +\ 2)$

AI Actividades de Integración

1. Dados los polinomios:

$P(x) = x^4 - 2x^2 - 6x - 1$

$Q(x) = x^3 - 6x^2 + 4$

$R(x) = 2x^4 - 2x - 2$

$S(x) = x^3 + 2x + 70$

$T(x) = x+2$

$M(x) = x^5 - 32$

$N(x) = x - 2$

Calcular las operaciones indicadas, utilizando las reglas del cuadrado del binomio, de Ruffini, del producto de una suma por una diferencia de términos iguales cuando sea pertinente:

a) $P(x) + Q(x) - R(x) =$
b) $R(x) . T(x) =$
c) $S(x) . M(x) =$
d) $[T(x)]^2 =$
e) $T(x) . M(x) =$
f) $S(x) : T(x) =$
g) $M(x) : N(x) =$

2. Una asociación de emprendedores se dedica a la producción de alfajores regionales estima periódicamente la cantidad de cajas de 10 docenas que venderán en el mercado y, en función de eso, calculan los ingresos que percibirán. Han podido determinar que, si la demanda aumenta, están en condiciones de bajar

los precios de venta, expresando con un polinomio cómo varía el precio de cada producto en función de la cantidad que les compren.

$$P(x) = 36 - 0{,}0001x^2$$

donde x *es la cantidad de cajas de* 10 *docenas de alfajores*

y $P(x)$*el precio de venta de cada caja*

a) Para comprender lo expresado con el polinomio P(x), calcula: el valor de cada caja cuando se venden 50 unidades y luego si se venden 100 unidades. Y responde: ¿qué ocurre con el precio de venta si se aumenta la cantidad de cajas de alfajores vendidas?

b) Halla el polinomio $I(x)$ que expresa el ingreso de la asociación, sabiendo que se puede calcular multiplicando el precio de venta por la cantidad de artículos vendidos. Y calcula el ingreso para 50 y 100 unidades vendidas.

$$I(x) = P(x).x$$

Precio Cantidad de productos vendidos

BIBLIOGRAFÍA

- Altman, Silvia y otros. Iniciación al álgebra y al estudio de funciones 2. Tinta Fresca. Buenos Aires 2012.
- Altman, Silvia y otros. Matemática 2 Funciones 2. Longseller. Buenos Aires 2005.
- Bocco, Mónica. Funciones elementales para construir modelos matemáticos. Ministerio de educación. Buenos aires. 2010.
- Kaczor, Pablo y otros. Matemática I. Santillana. Polimodal. Buenos Aires. 2007.
- Laurito, Liliana y otros. Matemática Activa 9. Puerto de Palos. Buenos Aires 2001.
- Mérega, Herminia. Actividades de Matemática 9. Santillana. Buenos Aires. 2007.