CLASE 2 – MÓDULO II

¡Bienvenidos!

En esta clase nos proponemos operar con potencias y raíces en el conjunto de los números enteros identificando las reglas correspondientes a cada operación, resolver operaciones combinadas y aplicar las propiedades de las operaciones en diversas situaciones, también resolver situaciones problema.

¿Cómo citar esta clase?

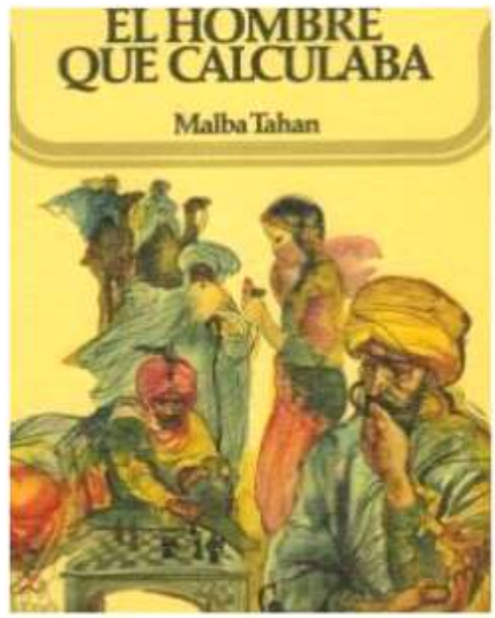
Programa Oportunid@des, Dirección de Educación de Jóvenes y Adultos, Consejo General de Educación de Entre Ríos, 2018. Matemática, Clase 2, Módulo II.

Dirección de EDUCACIÓN DE JÓVENES Y ADULTOS
Consejo General de Educación
Gobierno de Entre Ríos

Programa OPORTUNIDADES
ACCESO DIGITAL a la EDUCACIÓN SECUNDARIA

SEMANA 1

POTENCIACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS



En esta clase comenzaremos hablando de una novela titulada "El hombre que calculaba", escrita por el escritor y profesor de matemáticas brasileño Malba Tahan, cuyo verdadero nombre era Julio César de Mello y Souza. Esta obra puede ser considerada al mismo tiempo como una novela y como un libro de problemas y curiosidades matemáticas.

En el capítulo XVI aparece el denominado problema del trigo y el tablero de ajedrez, es un problema matemático cuyo enunciado es el siguiente, palabras más, palabra menos:

El protagonista pide como recompensa por haber satisfecho un pedido del rey que se colocase sobre un tablero de ajedrez (lo suficientemente grande) un grano de trigo en el primer casillero, dos en el segundo, cuatro en el tercero y así sucesivamente, duplicando la cantidad de granos en cada casilla. Al rey le pareció una recompensa demasiado pequeña, pero ¿fue así realmente?

Veamos lo que ocurre al multiplicar una cantidad por sí misma muchas veces:

Un tablero de ajedrez tiene 64 casilleros. Si completamos esta tabla sabremos cuántos granos serán necesarios colocar en cada casillero.

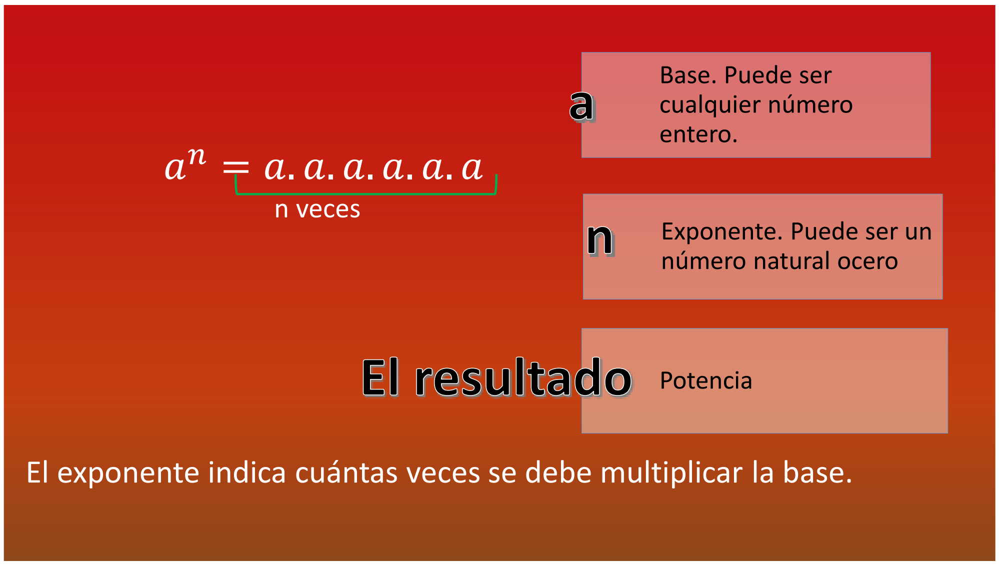
casillero	Cantidad de granos
1	1
2	$1x2 = 2$
3	$2x2 = 2^2 = 4$
4	$2x2x2 = 2^3 = 8$
5	$2x2x2x2 = 2^4 = 16$
…	…
10	$2^9 = 512$
11	$2^{10} = 1024$
…	…
64	$2^{63} = 9.223.372.036.854.775.808$

El número total de granos será la suma de los granos de cada casillero:

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 9.223.372.036.854.775.808$$

Haciendo algunas cuentas se puede determinar que serían necesarias las cosechas mundiales de algo más de mil años para sumar esa cantidad de trigo.

La potenciación es una operación que se resuelve multiplicando la ***base***, **a**, tantas veces como diga el ***exponente***, **n**. El resultado se denomina ***potencia***.

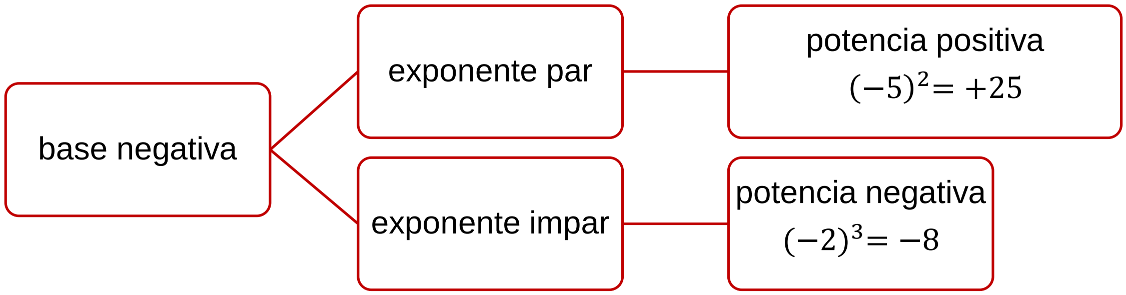


Cuando calculamos potencias con números enteros debemos tener en cuenta la siguiente regla de signos:

base positiva — exponente par o impar — potencia positiva

$(+3)^4 = +81$

$(+2)^5 = +32$



Potencias especiales.

- $a^0=1$ si $a\neq 0$
  Si el exponente es cero, la potencia es 1.
- $0^n=0$ si $n\neq 0$
  Si la base es cero, la potencia es cero.
- $a^1=a$
  Si el exponente es 1, la potencia es igual a la base.
- $0^0 =$ no se puede resolver la potencia si la base y el exponente son cero.
- Observa la diferencia si hay o no paréntesis.

$$(-5)^2 \neq -5^2$$

$$+25 \neq -25$$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

Multiplicación de potencias de igual base.	$(-2)^3.(-2)^3 = (-2)^{2+3} == (-2)^5$	Se escribe la misma base y se suman los exponentes
División de potencias de igual base.	$(-2)^5:(-2)^2 = (-2)^{5-2} == (-2)^3$	Se escribe la misma base y se restan los exponentes
Potencia de otra potencia.	$(-2^3)^2 = (-2)^{3.2} =$ $= (-2)^6$	Se escribe la misma base y se multiplican los exponentes
Propiedad distributiva.	• $[3.(-5)]^2 = 3^2.(-5)^2$ $(-15)^2 = 9.25$ $225 = 225$ • $[(-10):(-5)]^2 =$ $(-10)^2:(-5)^2$ $2^2 = 100:25$ $4 = 4$	Solo se puede aplicar si dentro del paréntesis hay una multiplicación o una división

ACTIVIDAD ACTIVIDAD 1 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Calcula las siguientes potencias ten presente las reglas de signos:

$a)\ (-7)^2 =$ $\quad b)\ (-3)^5 =$ $\quad c)\ (+2)^4 =$ $\quad d)\ (+5)^3 =$

$e)(-4)^0 =$ $\quad f)0^{12} =$ $\quad g)\ (-3)^1 =$ $\quad h)(-1)^3 =$

$i) - 3^4 =$ $\quad j)\ (-3)^4 =$ $\quad k)\ -3^3 =$ $\quad l)\ (-3)^3 =$

2. Completa la tabla calculando los cuadrados y cubos de a.

a	a^2	a^3
-2		
2		
-3		
3		
-4		
4		
-5		
5		

3. Aplica las propiedades de la potenciación y luego resuelve:

$a)\ (3^2.3)^2 =$	$b)\ (4^3 4.4)^2.4 =$
$c)(5^4)^2:(5^3)^2 =$	$d)(2^3)^0.(2^2)^3 =$
$e)\ (-4)^8:(-4)^3 =$	$f)[(-5)^4]^3:[(-5)^2.(-5)^6] =$

4. Resuelve aplicando potenciación:
   a. En origami se toma una hoja de papel y se dobla por la mitad, determinando así dos regiones. Luego, se vuelve a doblar una vez más y se obtienen cuatro regiones. Si se continúa el procedimiento hasta hacer seis dobleces, ¿cuántas regiones se obtienen?
   b. En un estudio sobre cómo se multiplican ciertas bacterias, se aíslan tres de ellas y se comprueba que en 1 minuto se triplican. ¿Cuántas bacterias habrá en 5 minutos?

SEMANA 2

RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

$$\sqrt[n]{a} = b$$
$$(porque \quad b^n = a)$$

n índice

a radicando

b raíz

$\sqrt{}$ símbolo radical

Ejemplos:

- $\sqrt[3]{8} = 2 \quad \leftrightarrow \quad 2^3 = 8$
- $\sqrt{49} = 7 \quad \leftrightarrow \quad 7^2 = 49$
- $\sqrt[3]{-27} = -3 \leftrightarrow (-3)^3 = -27$

Cuando calculamos una raíz debemos tener en cuenta la siguiente regla de signos:

- radicando positivo
  - índice par → dos soluciones $\sqrt{+16} = +4$ y $\sqrt{+16} = -4$
  - índice impar → resultado positivo $\sqrt[3]{+8} = +2$

- radicando negativo
  - indice par → no tiene solución en Z $\sqrt{-9} = \nexists en\ Z$
  - indice impar → Resultado negativo $\sqrt[3]{-125} = -5$

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA DE LA RADICACIÓN

En algunos casos es posible aplicar esta propiedad de la radicación y en otros no, debemos tener en cuenta las operaciones que se encuentran dentro del signo radical, si son multiplicaciones y divisiones o sumas y restas.

- Con respecto a la multiplicación y a la división

La radicación es distributiva respecto a la multiplicación y a la divisióncomo puedes ver en el siguiente video:

- Con respecto a la suma y a la resta.

La radicación no es distributiva con respecto a la suma y a la resta.

$$\sqrt{36+64} \neq \sqrt{36}+\sqrt{64}$$
$$\sqrt{100} \neq 6+8$$
$$10 \neq 16$$

$$\sqrt{100-36} \neq \sqrt{100}-\sqrt{36}$$
$$\sqrt{64} \neq 10-6$$
$$8 \neq 4$$

Resolviendo en distinto orden se obtienen resultados distintos. Si esto ocurre no se puede aplicar la propiedad.

ACTIVIDAD 2 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1) Calcula las siguientes raíces:

$a)\ \sqrt{+25} =$ $\quad b)\ \sqrt[5]{-32} =$ $\quad c)\ \sqrt[3]{+27} =$ $\quad d)\sqrt{-81} =$

$e)\ \sqrt[3]{-8} =$ $\quad f)\ \sqrt{+144} =$ $\quad g)\sqrt[4]{81} =$ $\quad h)\sqrt{+64} =$

2) Resuelve aplicando radicación.

a. Se quiere construir un cuadrado don cuadraditos de un centímetro de lado. ¿Cuántos centímetros mide el lado del cuadrado si se construye con 121 cuadraditos?

b. El área de un terreno de forma cuadrada es de 256 m^2. ¿cuánto mide el perímetro del terreno?

3) Resuelve aplicando la propiedad distributiva o su recíproca según sea conveniente.

$a)\ \sqrt{40}.\sqrt{10} =$ $\quad b)\ \sqrt{256}:\sqrt{16} =$ $\quad c)\sqrt{25.36:225} =$

$d)\sqrt{3600} =$ $\quad e)\sqrt{100:4.49} =$ $\quad f)\sqrt[3]{25}.\sqrt[3]{5} =$

SEMANA 3

OPERACIONES COMBINADAS

Para obtener el resultado correcto de las operaciones combinadas debemos seguir un orden de resolución:

- el primer paso: separar en términos. Los signos + y – separan términos.
- las potencias y raíces se resuelven primero.
- luego las multiplicaciones y divisiones.
- por último las sumas y restas.
- Si hay paréntesis, se resuelven antes las operaciones que ellos encierran.
- Recuerda las propiedades de las operaciones, en algunos casos se pueden aplicar y facilitan la resolución.

$$\sqrt{36} + 28:4 + 12 - 3.5^2 =$$

$$6 + 28:4 + 12 - 3.25 =$$

$$6 + 7 + 12 - 75 =$$

$$25 - 75 = -50$$

En este video vas a encontrar otra explicación para resolver operaciones combinadas.

TEMA: OPERACIONES COMBINADAS

ACTIVIDAD 3 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Paola y Luis han resuelto el mismo ejercicio, pero han obtenido resultados distintos. La profesora les dijo que uno estaba bien y el otro tenía errores. Determina cuál de los dos tiene errores y explica en qué consisten.

Paola	Luis
$\sqrt{25}+3.4+10-2.3^2=$	$\sqrt{25}+3.4+10-2.3^2=$
$5+3.4+10-6^2=$	$5+3.4+10-2.9=$
$8.4+10-36=$	$5+12+10-18=$
$32+10-36=6$	$27-18=9$

2. Resuelve las siguientes operaciones combinadas, aplica propiedades cuando sea conveniente:

$$a)\ (-3+8)^2-\sqrt[3]{5.5^2}-3^0=$$

$$b)\ \sqrt{-8:4+3^3}+(-5+2)^3+2^3=$$

$$c)\ \sqrt{3}.\sqrt{12}+(-2)^4-8^2:(-4).(-3)=$$

$$d)\ 2^7:2^5-\sqrt{10^2-7.(-3)}+(-7+5)^2=$$

$$e)\ \sqrt{18}.\sqrt{2}+24:(-2)^3-(1-5)^2+8^0=$$

AI Actividades de Integración

1) Sin resolver la operación, escribe el signo del resultado:

$a)\ (-7)^{12}$ $b)\ \sqrt[3]{-216}$ $c)\ -27^4$

$d)\ (-23)^8$ $e)\ 8.(-125).(-32).(-1)^3$ $f)\ (-1)^3.(-1)^4.(-1)$

2) Resuelve las potencias y raíces.

$a)(-2)^4 =$ $d)\sqrt[3]{-125} =$ $g) - 2^5 =$

$b)\ \sqrt{169} =$ $e)\ \sqrt[4]{81}$= $h)\sqrt[3]{-1} =$

$c) - 4^2$ $f)\ (-4)^4$ $i)(-3)^3 =$

3) Resuelve aplicando propiedades de la potenciación y la radicación.

$a)\ 2^3.2^5{:}\,2^6 =$

$b)\ \sqrt{3}.\sqrt{27} =$

$c)[(-2)^3]^2 =$

$d)\sqrt{2}.\sqrt{3}.\sqrt{6}$=

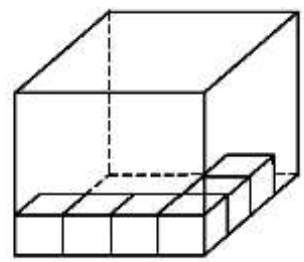
$e)\ \sqrt{2.2.2^4} =$

$f)(-4)^7{:}\,(-4)^5.(-4) =$

Resuelve los siguientes problemas:

4) La subcomisión de futbol del club recibió en calidad de préstamo por 15 años un terreno para desarrollar actividades con las divisiones inferiores. Se organizó una venta de empanadas durante el mes de mayo para recaudar fondos con el objetivo de comprar alambre tejido para cercarlo. Teniendo en cuenta que tiene forma de cuadrado y que su superficie es de $625m^2$ de. ¿Cuántos metros de alambre tejido serán necesarios?

5) Se quiere construir un cubo con cubitos de un centímetro de lado. ¿Cuántos centímetros mide la arista del cubo si son necesarios 64 cubitos?



BIBLIOGRAFÍA

- Itzcovich, Horacio y Novembre, Andrea (Coords.) Matemática 8. Tinta Fresca. Buenos Aires.2006.
- Laurito, Liliana y otros. Matemática Activa 8. Puerto de Palos. Buenos Aires. 2001.
- Fioritti, Gema y otros. Matemática 1 Enseñanza Secundaria. Editorial SM. Buenos Aires 2014.
- Fuxman Bass, Juan Ignacio. Resolviendo: problemas de matemáticas. Red Olímpica. Buenos Aires 2010.
- Mérega, Herminia (Dir.) Actividades de Matemática 8. Santillana. Buenos Aires. 2006
- Vizcaíno, Adriana. Aritmética. Ministerio de Educación de la Nación. Buenos Aires 2011.
- https://drive.google.com/file/d/0B-JyZ7WJiu5tTGVpLUlzZW95VE0/view
- http://www.librosmaravillosos.com/hombrecalculaba/pdf/El%20Hombre%20que%20Calculaba%20-%20Malba%20Tahan.pdf
- https://es.wikipedia.org/wiki/El_hombre_que_calculaba

Imágenes:

- https://singularidadpara7000millones.files.wordpress.com/2012/12/granos-en-el-tablero.jpg?w=605&h=336
- https://es-static.z-dn.net/files/de8/e96ec3577cf9f8d3e56931b101f63628.jpg
- https://docs.kde.org/trunk5/es/extragear-games/knights/Knights-board-setup.png