

CLASE 4 – MÓDULO III

*En esta clase nos proponemos conocer la proporcionalidad numérica y la propiedad fundamental de las proporciones, introducir la idea de proporcionalidad geométrica con el teorema de Thales y la idea de semejanza de triángulos y la utilización de escalas.*

**¿Cómo citar esta clase?**

Programa Oportunid@des, Dirección de Educación de Jóvenes y Adultos, Consejo General de Educación de Entre Ríos, 2018. Matemática, Clase 4, Módulo III.



## RAZONES Y PROPORCIONES

## RAZÓN

Una razón es la comparación entre dos cantidades, generalmente se expresa como un afraacción o como un número decimal.

Por ejemplo, 6cm del plano corresponden a 30cm de la realidad

$$\frac{6}{30} \text{ ó } 6:30$$

Si simplificamos la fracción:

$$\frac{1}{5} \text{ ó } 1:5$$

Y se lee que existe una razón de 1 a 5.

Cada uno de los valores de una razón tiene un nombre. El valor que está en el numerador se llama antecedente, y el valor que está en el denominador es el consecuente.

En forma simbólica:

$$\begin{array}{l} a \longrightarrow \text{Antecedente} \\ \hline b \longrightarrow \text{Consecuente} \end{array}$$

## PROPORCIÓN

La igualdad entre dos razones es una proporción.

Por ejemplo: Si por cada 6cm medidos en un plano tenemos 30cm de la realidad, se cumple que por cada 12cm del plano tendremos 60cm medidos en la realidad, es decir:

$$\frac{6}{30} = \frac{12}{60}$$

En símbolos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

a y d son los extremos de la proporción.

b y c son los medios.

Donde a y d reciben el nombre de extremos y b y c se llaman medios.

## PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES

En todas las proporciones se cumple que el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

Es decir en la proporción

$$\frac{6}{30} = \frac{12}{60}$$

6 y 60 son los extremos de la proporción.

30 y 12 son los medios.

Se cumple que:

$$6.60 = 30.12$$

$$360 = 360$$

En forma simbólica:

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{siempre se cumple que}$$

$$a \cdot d = b \cdot c$$

De este modo, conociendo tres términos cualesquiera de una proporción, es siempre posible calcular el cuarto término. Basándonos en la propiedad fundamental de las proporciones, si multiplicamos los extremos encontraremos el mismo valor que si multiplicamos los medios.

Ejemplo:

Designemos por  $x$  el término desconocido de una proporción

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{28}$$

Como el producto de los medios es igual al producto de los extremos, tenemos:

$$4 \cdot x = 3 \cdot 28$$

Es decir:

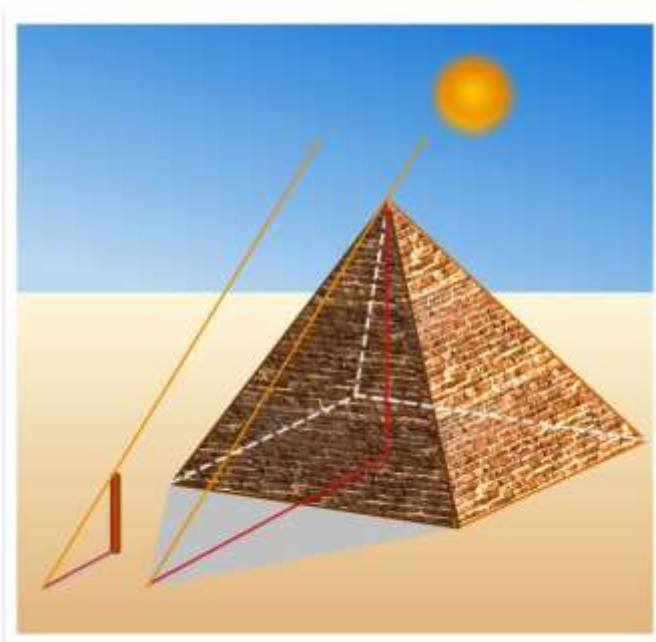
$$4 \cdot x = 84$$

Por lo tanto,  $x = 21$

## TEOREMA DE THALES

La proporcionalidad aplicada a la geometría resulta de gran utilidad para medir distancias en lugares inaccesibles donde se dificulta la medición de forma directa.

Lo que hoy conocemos como el teorema de Thales, se origina cuando Thales viajó a Egipto para aprender matemáticas, hacia el año 600 a. C., se dice que estando allí, inventó un procedimiento para calcular la altura de la pirámide Keops, esto lo pudo hacer midiendo la sombra de esta y la de su bastón. La proporcionalidad entre la altura de la pirámide y la del bastón, hacían posible calcular la altura deseada.



Para hacer este cálculo, supuso que los rayos del sol incidían paralelamente en la tierra, entonces la sombra que generaba la pirámide y su altura y la sombra del bastón con su altura formaban una proporción.

Para conocer el Teorema de Thales mira el siguiente video.



# ACTIVIDAD 1 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. ¿Las siguientes razones forman una proporción? Explica por qué.

$$\frac{15}{20} \text{ y } \frac{2}{3}$$

2. Calcula los elementos desconocidos en las siguientes proporciones:

a)  $\frac{x}{4} = \frac{15}{6}$

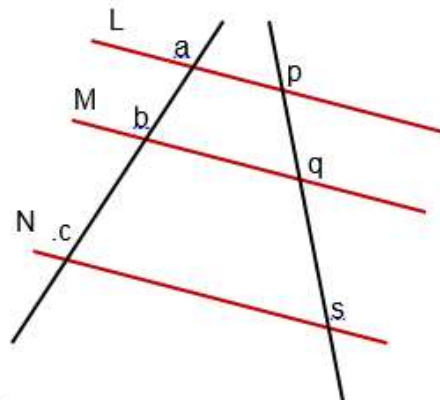
b)  $\frac{63}{x} = \frac{9}{7}$

c)  $\frac{8}{5} = \frac{64}{y}$

d)  $\frac{49}{56} = \frac{y}{8}$

3. Las rectas L, M y N son paralelas,

a) completa las proporciones:



$\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} =$	$\frac{\square}{\square}$
$\frac{\overline{ab}}{\overline{ac}} =$	$\frac{\square}{\square}$

b) Sabiendo que

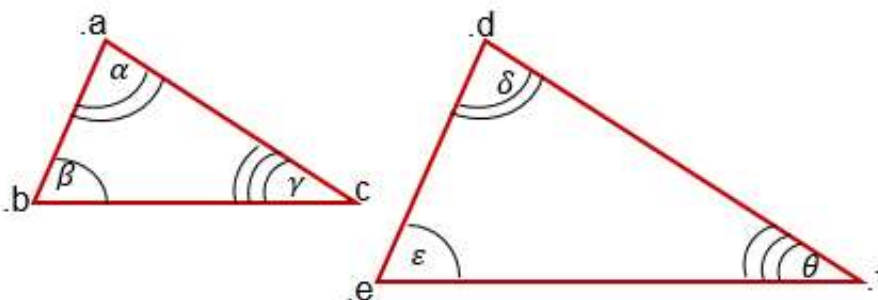
$$\overline{ab} = 5cm \quad \overline{bc} = 12cm \quad \overline{pq} = 10cm$$

Calcula las longitudes de  $\overline{qs}$  y  $\overline{ps}$ .

COROLARIO DEL TEOREMA DE THALES

Antes de comenzar debemos definir triángulos semejantes.

Si dos triángulos son semejantes sus ángulos son iguales y los lados correspondientes son proporcionales.



Los ángulos del primer triángulo son iguales a sus correspondientes en el segundo triángulo:

$$\hat{\alpha} = \hat{\delta}$$

$$\hat{\beta} = \hat{\epsilon}$$

$$\hat{\gamma} = \hat{\theta}$$

Los lados correspondientes de ambos triángulos son proporcionales:

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{de}} = \frac{\overline{bc}}{\overline{ef}} = \frac{\overline{ca}}{\overline{fd}}$$

También lo puedes ver en este video:



Como consecuencia del teorema de Thales podemos escribir su corolario

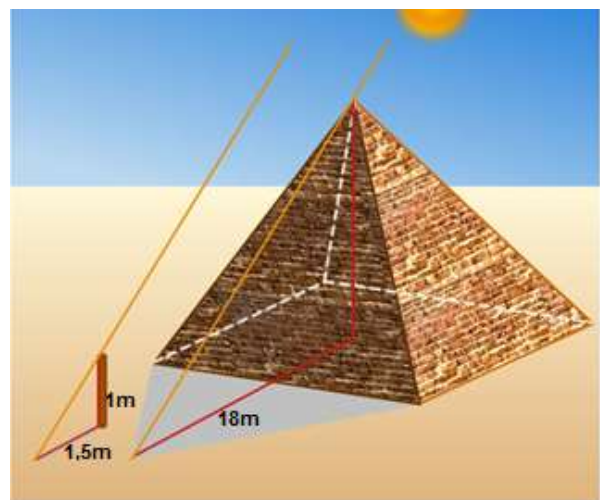
Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.

Mirá este video y lo entenderás mejor.



Resolvamos un problema:

Volviendo al ejemplo de la pirámide de Keops, cuando el sol ilumina a la pirámide, ésta proyecta su sombra sobre el piso, si en el mismo momento, colocamos un bastón en forma vertical sobre el suelo, al ser iluminado por el sol también proyectará su sombra.

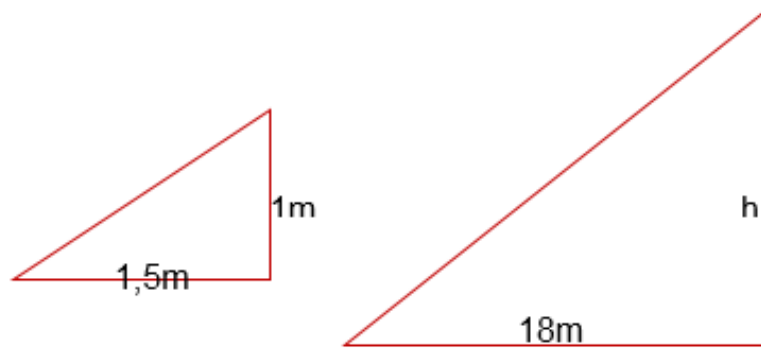




Quedan formados dos triángulos que son semejantes.

Pongamos valores a la altura del bastón y a las sombras que proyectan la pirámide y el bastón (estas longitudes se pueden medir directamente)

Pasemos en limpio las formas geométricas que nos interesan:



Los triángulos son semejantes porque tienen sus ángulos iguales, por lo tanto sus lados son proporcionales y podemos expresar lo siguiente:

$$\frac{1m}{h} = \frac{1,5m}{18m}$$

Y aplicando la propiedad fundamental de las proporciones (multiplicando cruzado), resulta:

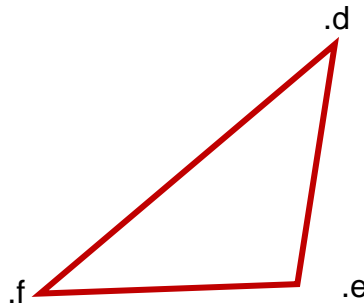
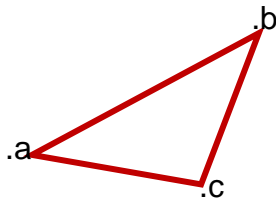
$$h \cdot 1,5m = 1m \cdot 18m$$

$$h = \frac{1m \cdot 18m}{1,5m}$$

$$h = 12m$$

# A ACTIVIDAD 2 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Para conmemorar el día de la Diversidad Cultural los chicos del centro de estudiantes propusieron pintar un mural en el patio de la escuela. Para hacer los bocetos necesitan las medidas del muro y no tienen una escalera suficientemente alta para subir a medirlo. Por suerte un curso está estudiando el tema proporcionalidad geométrica y aseguran que pueden medirlo de otra manera. Se sabe que en un momento del día el muro proyecta una sombra de 2,51 m al mismo tiempo que una vara de 1,10 m proyecta una sombra de 0,92 m. ¿Cuál es la altura del muro?
2. Para comprobar si dos triángulos son semejantes es suficiente saber si sus lados son proporcionales, ¿son semejantes los siguientes triángulos?



$$\overline{ab} = 1,5cm$$

$$\overline{bc} = 1,1cm$$

$$\overline{ca} = 2cm$$

$$\overline{df} = 4,5cm$$

$$\overline{fe} = 6cm$$

$$\overline{ed} = 3,3cm$$

ESCALA

La idea de proporción geométrica se aplica en la construcción de planos, de mapas o en la ampliación o reducción de imágenes. Cuando lo usamos en estos casos se llama escala.

$$\text{Escala: } E = \frac{\text{longitud en el dibujo}}{\text{longitud real}}$$

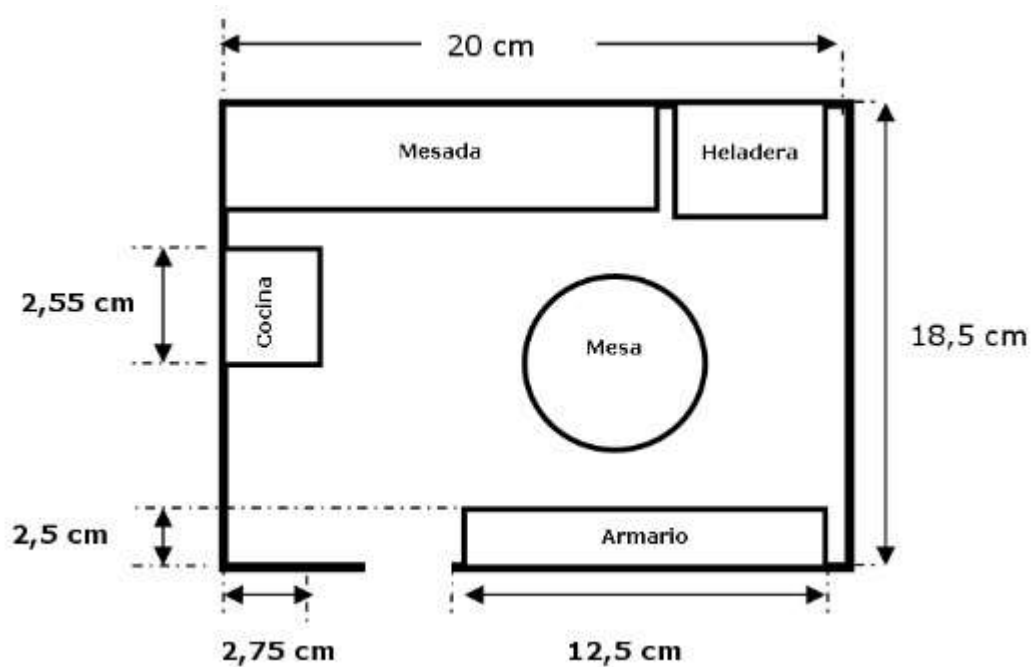
En el siguiente video encontrarás el desarrollo del tema:



# A ACTIVIDAD 3 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Joaquín es constructor y le encargaron hacer la colocación de los artefactos y muebles de la cocina, pero le aclararon que el plano que le dieron tiene una escala de 1:20.

A partir del plano dibujado, contesta las siguientes preguntas.

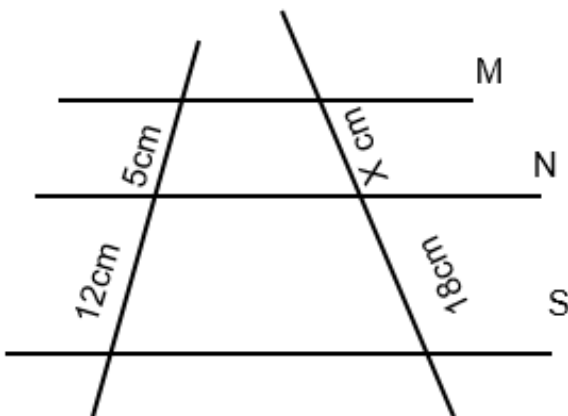


- ¿Cuántos metros mide la cocina?
- El diámetro de la mesa es de 1,15 m, ¿qué diámetro tendría en el plano?
- Los dueños le pidieron a Joaquín que ubique la heladera al lado de la mesada que mide 2,50 m de largo por 65 cm de ancho. ¿Se podrá colocar la heladera que en escala mide 3,5 cm por 3,25 cm de profundidad?
- ¿Cuáles son las medidas reales de la cocina y del armario?

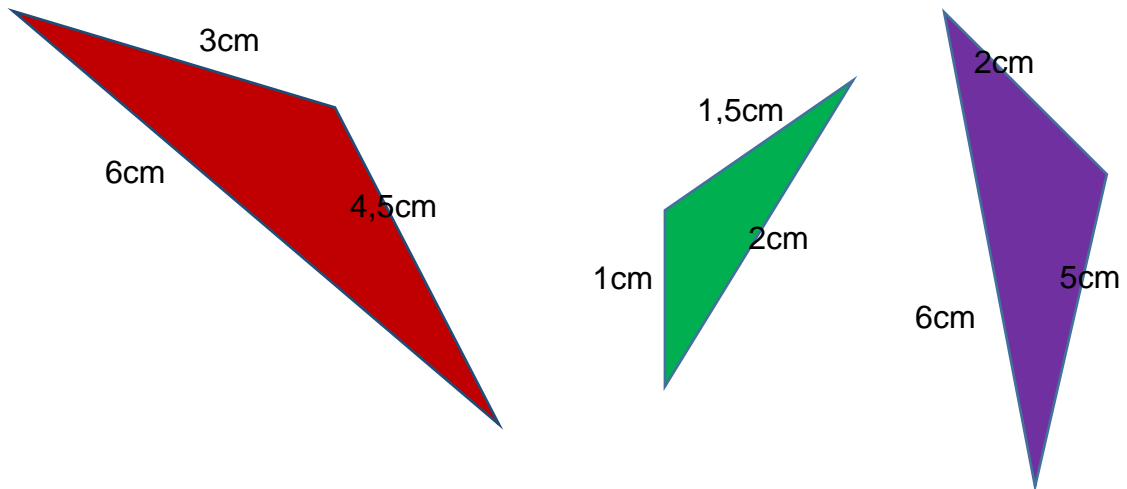


ACTIVIDADES DE INTEGRACIÓN

1. Un campo rectangular tiene 150 m de base y 30 m de altura.
  - a. Realiza el dibujo en escala  $\frac{1}{15}$
  - b. Calcula el área del campo.
  - c. Calcula el precio del campo si el metro cuadrado cuesta \$520
  
2. Lucía va caminando por un sendero que mide 21km, en cierto punto del camino pregunta cuánto le falta para llegar y le responden: la razón entre el total del camino y lo que llevas recorrido es igual a la razón entre 5 y 2. ¿Cuánto le falta para llegar?
  
3. Considerando que las rectas M, N y S son paralelas, escribe el enunciado del teorema de Thales y exprésalo según los datos del gráfico. Halla el valor del segmento desconocido.



4. Dos de los siguientes triángulos son semejantes. Identifica cuáles son.



5. La distancia entre las ciudades de Federal y Villa Paranacito es de aproximadamente 475km.

a) si en el mapa de la provincia de Entre Ríos la distancia es de 15cm, ¿Cuál es la escala del mapa?

b) Si dos ciudades en el mapa están a 5cm de distancia, ¿cuál es la distancia real entre ellas?

## BIBLIOGRAFÍA

- Fioritti, Gema y otros. Matemática 1 Enseñanza Secundaria. Editorial SM. Buenos Aires 2014.
- Fuxman Bass, Juan Ignacio. Resolviendo: problemas de matemáticas. Red Olímpica. Buenos Aires 2010.
- Itzcovich, Horacio y Novembre, Andrea (Coords.) Matemática 8. Tinta Fresca. Buenos Aires.2006.
- Laurito, Liliana y otros. Matemática Activa 8. Puerto de Palos. Buenos Aires. 2001.
- Mérega, Herminia (Dir.) Actividades de Matemática 8. Santillana. Buenos Aires. 2006.
- <https://www.sectormatematica.cl/basica/santillana/areas.pdf>
- <https://www.educ.ar/recursos/15218/teorema-de-pitagoras>
- <https://es.wikipedia.org/wiki/Cuadril%C3%A1tero>
- <https://ggbm.at/sVnjTqKU>
- [https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema\\_de\\_Pit%C3%A1goras](https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Pit%C3%A1goras)
- [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c2/Plimpton\\_322.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c2/Plimpton_322.jpg)
- <https://www.educ.ar/recursos/15218/teorema-de-pitagoras>
- <https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-volume-sa/volume-rect-prism/a/volume-of-rectangular-prisms-reviewl>
- <http://www.juegosdelogica.com/index.php/numero-pi>
- <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pi-unrolled-720.gif#/media/File:Pi-unrolled-720.gif>
- <http://www.edu365.cat/eso/muds/matematiques/edad/eso1/1quincena10/1quincena10.pdf>
- <https://www.educ.ar/recursos/15180/escalas>

Imágenes:

[https://www.portaleducativo.net/biblioteca/Teorema\\_de\\_thales\\_1.jpg](https://www.portaleducativo.net/biblioteca/Teorema_de_thales_1.jpg)