CLASE 3– MÓDULO III

En esta oportunidad nos proponemos conocer algunas figuras y cuerpos redondos, aprender la relación entre la longitud de una circunferencia y su radio, calcular la superficie de figuras redondas y el volumen de cuerpos redondos, conocer las ideas de arco de circunferencia y sector circular.

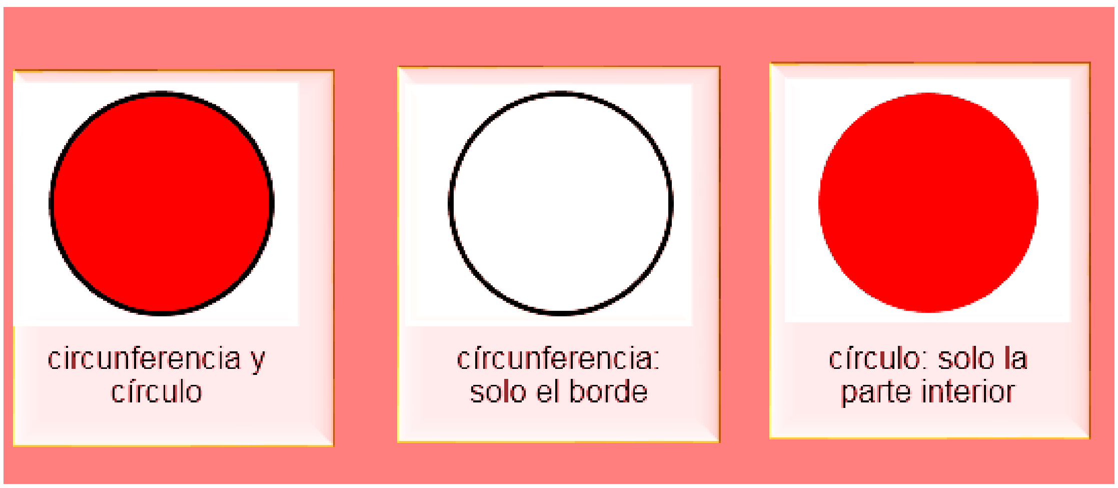
¿Cómo citar esta clase?

Programa Oportunid@des, Dirección de Educación de Jóvenes y Adultos, Consejo General de Educación de Entre Ríos, 2018. Matemática, Clase 3, Módulo III.

SEMANA 1

CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

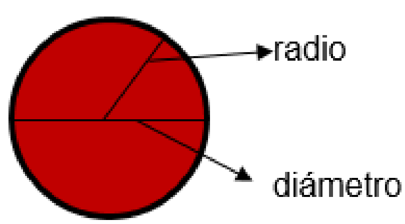
Cuando hablamos de círculo hacemos referencia solo a los puntos interiores que están rodeados por una línea curva cerrada que llamamos circunferencia.



RADIO Y DIÁMETRO

El diámetro es el segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia, pasando por el centro de la círcunferencia.

El radio es el segmento de recta que une el centro con un punto de la circunferencia. Su longitud es igual a la mitad del diámetro.



LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

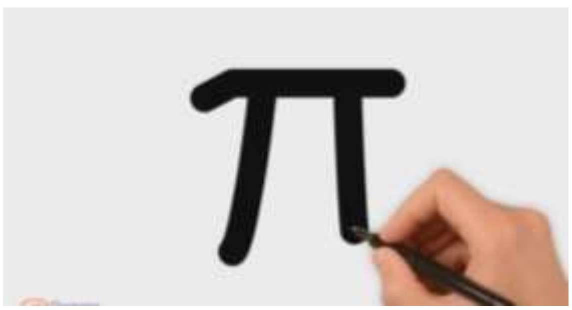
Calcular la longitud de una circunferencia es determinar el perímetro de un círculo.

Existe una relación muy importante entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. Se trata del famoso número pi (π).

Si usamos el diámetro de la circunferencia como unidad de medida, veremos que cabe un poco más de tres veces en la longitud de la misma circunferencia. Decimos "un poco más que tres veces", pero la cantidad exacta es el número π que es un número irracional (tiene infinitas cifras decimales no periódicas)

Valor numérico de Pi

Al ser un número irracional su valor no puede calcularse numéricamente con total precisión, siempre habrá otro decimal después del último calculado. Como curiosidad en el siguiente video puedes conocer algo más del famoso Pi.



De John Reid - Edited version of Image:Pi-unrolled.gif., CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1268581

En forma simbólica decimos:

$$\boxed{L = \pi . d}$$

Y como $d = 2 . r$

$$\boxed{L = \pi .2 \ . r}$$

ÁREA DEL CÍRCULO

Para calcular el área de un círculo solamente necesitamos conocer su radio y aplicar la siguiente fórmula.

$$\boxed{A = \pi . r^2}$$

Ejemplo:

Un círculo tiene un radio de 6cm. Calcular el área del círculo y la longitud de la circunferencia que lo rodea.

Calculamos el área:

$$A = \pi . (6cm)^2$$

$$A = \pi . 36cm^2$$

$$A = 113{,}04cm^2$$

Podemos usar el valor aproximado de $\pi \cong 3{,}14$, o el valor que obtenemos al digitar π en la calculadora científica.

Calculamos la longitud de la circunferencia:

$$L = 2 . \pi . 6cm$$

$$L = 37.68cm$$

Observa las unidades de medida para cada caso.

ACTIVIDAD 1 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

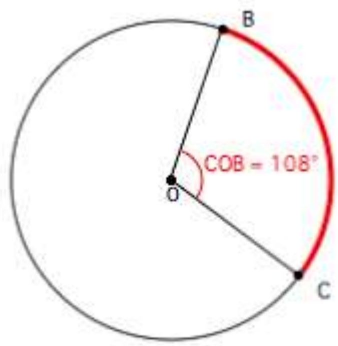
1. Calcula la longitud de dos circunferencias que tienen 30 cm de diámetro, la primera, y 15 cm de radio la segunda.

2. Calcula el área de dos círculos de 10 cm y de 20 cm de diámetro, respectivamente.

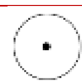
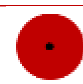
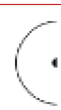
SEMANA 2

ÁNGULO CENTRAL, SECTOR CIRCULAR Y ARCO DE CIRCUNFERENCIA

ÁNGULO CENTRAL



Se llama ángulo central a cualquier ángulo que tenga su vértice en el centro de la circunferencia.

ángulo central	arco de la circunferencia	Sector circular
360º		
180º		
90º		
45º		

LONGITUD DE ARCO

Para un ángulo α, medido en grados, llamaremos a la **longitud de arco L_α** y lo calculamos del siguiente modo:

$$L_\alpha = \frac{\alpha.\pi.r}{180°}$$

Calculemos la longitud de un arco correspondiente a una circunferencia de 5cm de radio y a un ángulo central de 75º.

$$L_\alpha = \frac{75°.3{,}14.5cm}{180°}$$

$$L_\alpha = \frac{1177.5}{180}$$

$$L_\alpha = 6{,}54cm$$

ÁREA DEL SECTOR CIRCULAR

El área de un sector circular depende de dos parámetros, el radio y el ángulo central, y se calcula usando la siguiente fórmula:

$$A_\alpha = \frac{\alpha\ .\pi\ r^2}{360°}$$

Calculemos la longitud de un arco correspondiente a una circunferencia de 5cm de radio y a un ángulo central de 75º.

$$r = 5cm$$

$$\alpha = 75°$$

$$A_\alpha = \frac{75°\,.\,3{,}14\,(5cm)^2}{360°}$$

$$A_\alpha = \frac{75°\,.\,3{,}14.\,25cm^2}{360°}$$

$$A_\alpha = \frac{5887{,}5\ cm^2}{360°}$$

$$A_\alpha = 16{,}35cm^2$$

ACTIVIDAD 2 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Calcula la longitud de la circunferencia y de los arcos marcados en azul y rojo, sabiendo que su radio es 3 cm

2. Una piscina circular de 4 m de diámetro está rodeada por una acera de 1 m de ancho. ¿Cuál será la longitud de la acera si la medimos exactamente por la mitad de su ancho? ¿Cuál es el área de la pileta?

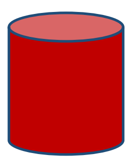
3. El segundero de un reloj mide 2 cm. Calcula la longitud del arco que describe esta aguja al cabo de 20 segundos.

4. Si el minutero de un reloj mide 4 cm, calcula el área del sector circular que describe esta aguja entre las 3:20 y las 4:00. Calcula el área del sector circular cuando la aguja horaria, que mide 3 cm, describe en el mismo ángulo.

SEMANA 3

CUERPOS REDONDOS

Los cuerpos redondos son aquellos que tienen, al menos, una de sus caras o superficies de forma curva. También se denominan cuerpos de revolución porque pueden obtenerse a partir de una figura que gira alrededor de un eje. Algunos ejemplos de ellos:

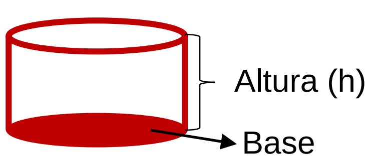

Cilindro


Cono


Esfera

VOLUMEN DE LOS CUERPOS REDONDOS

CILINDROS



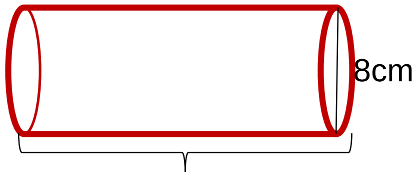
Volumen del cilindro = Área de la base x altura

La base del cilindro es un círculo

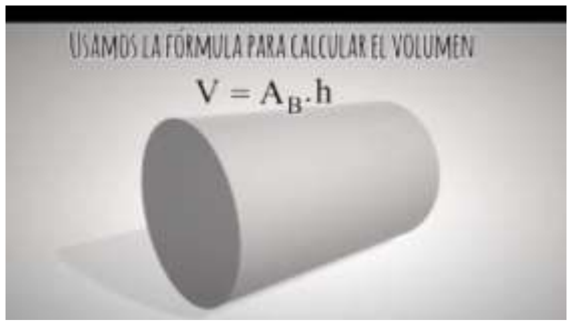
Área de la base = $A_B = \pi . r^2$

$\boxed{\text{Volumen del cilindro}=\pi . r^2 . h}$

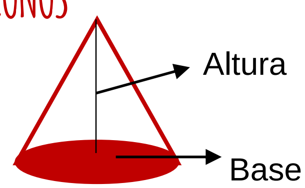
Calculemos el volumen de este cilindro:



Veamos cómo hacerlo en este video:



CONOS



Volumen del cono $= \dfrac{\text{Área de la base x altura}}{3}$

La base del cono es un círculo

Área de la base = $A_B = \pi . r^2$

$$\boxed{\text{Volumen del cono} = \frac{\pi . r^2 . h}{3}}$$

CALCULEMOS EL VOLUMEN DE ESTE CONO

La base del cono es un círculo de 6cm de radio y su altura de 9cm.

Recordamos la fórmula del área del círculo:

$$A_B = \pi . r^2$$

Reemplazamos en la fórmula:

$$A_B = \pi . (6cm)^2$$

Calculamos primero el cuadrado

$$A_B = 3{,}14 \ . \ 36cm^2$$

Y obtenemos el valor del área de la base

$$A_B = 113{,}04cm^2$$

Usamos la fórmula para calcular el volumen

$$V = \frac{A_B . h}{3}$$

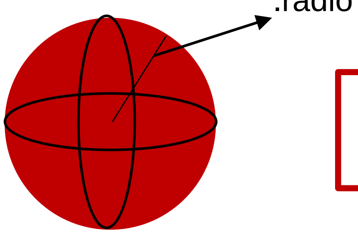
Reemplazamos por los datos:

$$V = \frac{113{,}04cm^2 . 9cm}{3}$$

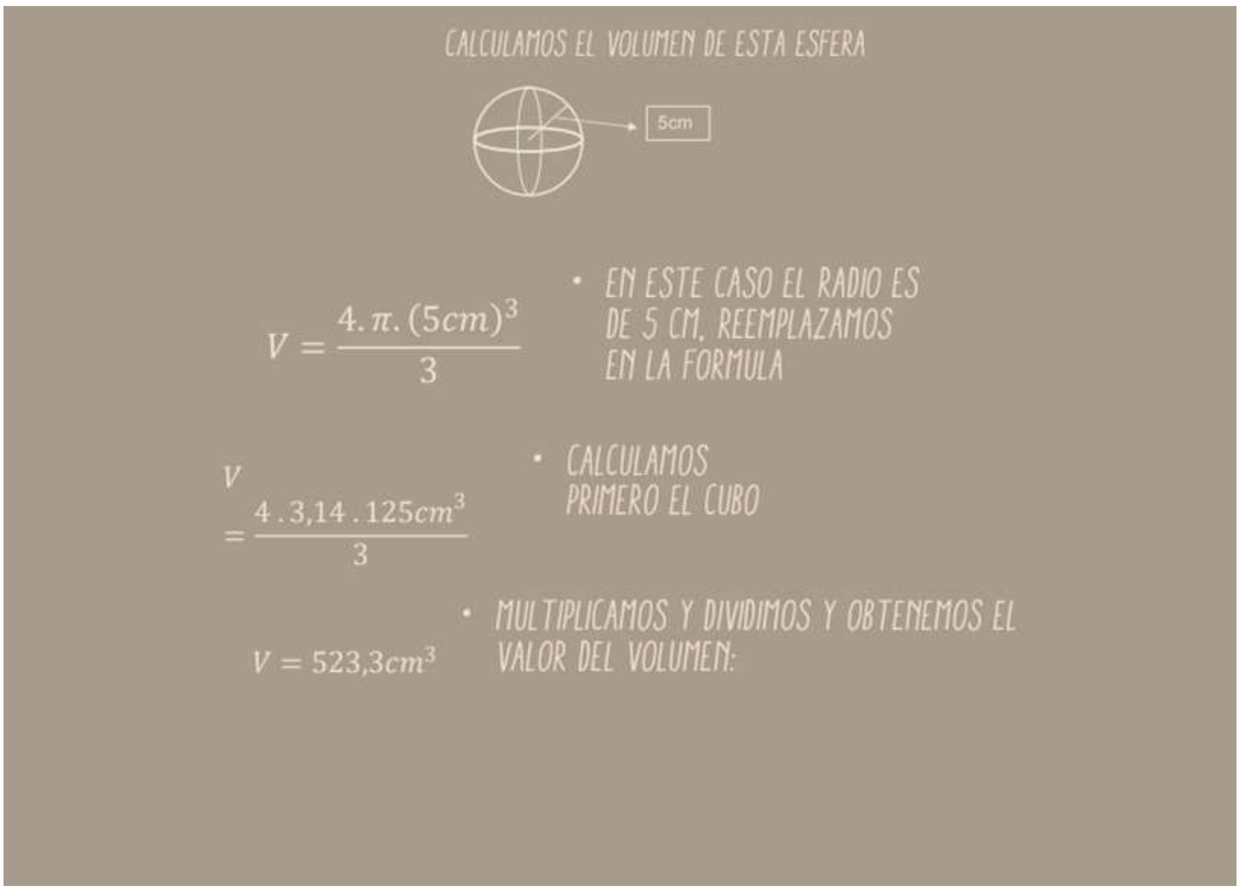
Y obtenemos el volumen del cono:

$$V = 37{,}68\ cm^3$$

ESFERA

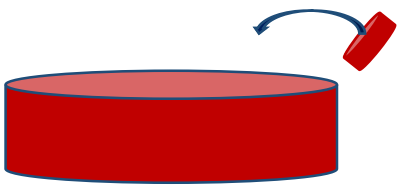


Volumen dela esfera=$\frac{4.\pi.r^3}{3}$

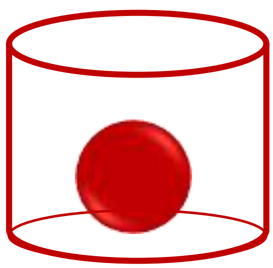


ACTIVIDAD 3 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. ¿Cuántas veces hay que vaciar un recipiente cilíndrico de 40 cm de altura y 20 cm de radio para llenar un depósito cilíndrico de 2,5 m de altura y 3 m de radio?



2. Introducimos una bola de plomo, de 3 cm de radio, en un recipiente cilíndrico de 7 cm de altura y 5 cm de radio. Calcula el volumen de agua necesario para llenar el recipiente.



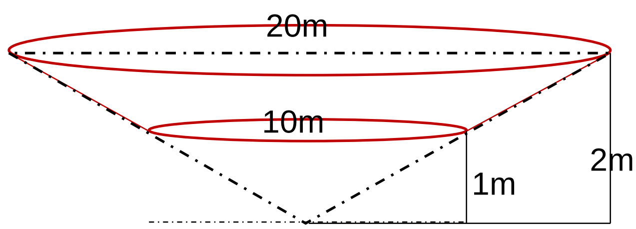
AI Actividades de Integración

1. En una circunferencia de radio 7,6 ¿cuál es la distancia entre el centro de la circunferencia y cualquiera de sus puntos? ¿Cuánto mide el diámetro de la circunferencia?

2. Se echan 7 cm^3 de agua en un recipiente cilíndrico de 1,3 cm de radio. ¿Qué altura alcanzará el agua?

4. ¿Cuántas copas se pueden llenar con 6 litros de refresco, si el recipiente cónico de cada copa tiene una altura interior de 6,5 cm y un radio interior de 3,6 cm?

5. Busca información acerca del cuerpo llamado tronco de cono para resolver el siguiente problema: Se quiere construir una piscina redonda en un centro de rehabilitación para enfermos neurológicos. Para tener mejor accesibilidad se piensa en que haya una rampa en todo el borde de la pileta de modo que resulte más cómodo ingresar con sillas de ruedas anfibias. Como resultado los diseñadores decidieron hacerla con forma de tronco de cono, como se ve en la figura trazado de rojo.



a) ¿Cuál es su volumen?

b) ¿Cuántos litros de agua son necesarios para llenarla?

BIBLIOGRAFÍA

- Fioritti, Gema y otros. Matemática 1 Enseñanza Secundaria. Editorial SM. Buenos Aires 2014.
- Fuxman Bass, Juan Ignacio. Resolviendo: problemas de matemáticas. Red Olímpica. Buenos Aires 2010.
- Itzcovich, Horacio y Novembre, Andrea (Coords.) Matemática 8. Tinta Fresca. Buenos Aires.2006.
- Laurito, Liliana y otros. Matemática Activa 8. Puerto de Palos. Buenos Aires. 2001.
- Mérega, Herminia (Dir.) Actividades de Matemática 8. Santillana. Buenos Aires. 2006.
- https://www.sectormatematica.cl/basica/santillana/areas.pdf
- https://www.educ.ar/recursos/15218/teorema-de-pitagoras
- https://es.wikipedia.org/wiki/Cuadril%C3%A1tero
- https://ggbm.at/sVnjTqKU
- https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Pit%C3%A1goras
- https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c2/Plimpton_322.jpg
- https://www.educ.ar/recursos/15218/teorema-de-pitagoras
- https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-volume-sa/volume-rect-prism/a/volume-of-rectangular-prisms-reviewl
- http://www.juegosdelogica.com/index.php/numero-pi
- https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pi-unrolled-720.gif#/media/File:Pi-unrolled-720.gif
- http://www.edu365.cat/eso/muds/matematiques/edad/eso1/1quincena10/1quincena10.pdf