

CLASE 3 – MÓDULO IV

En esta clase nos proponemos aprender a resolver situaciones utilizando sistemas de ecuaciones, resolverlos por el método de igualación y gráficamente además de clasificarlos en relación a la posibilidad de solución.

¿Cómo citar esta clase?

Programa Oportunid@des, Dirección de Educación de Jóvenes y Adultos, Consejo General de Educación de Entre Ríos, 2018. Matemática, Clase 3, Módulo IV.



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

En clases anteriores hemos aprendido a resolver ecuaciones donde aparecía una sola incógnita. Como la siguiente:

$$3x + 9 = -15$$

$$3x = -15 - 9$$

$$3x = -24$$

$$x = -24 : 3$$

$$x = -8$$

En algunas situaciones es necesario plantear varias ecuaciones y hay varios valores desconocidos. Estamos frente a sistemas de ecuaciones. En esta clase estudiaremos sistemas de **dos ecuaciones** con **dos incógnitas** a las que simbolizaremos con **x e y**.

Comencemos con un problema:

Julián trabaja en una granja y las gallinas se metieron en el corral de los caballos. Hace su trabajo más entretenido planteando y resolviendo acertijos. Así, dice que en total ha contado 36 cabezas y que si cuenta las patas llega a 120. ¿Cuántas gallinas y cuántos caballos hay en el corral?



Como vemos, las incógnitas son dos, x e y, que corresponden a la cantidad de gallinas y la cantidad de caballos.

$x = \text{cantidad de caballos}$

$y = \text{cantidad de gallinas}$

Entonces: $x + y = 36$ expresa la cantidad de cabezas

Cuando contamos las patas debemos tener en cuenta que unos tienen 4 patas y otros, 2 patas.

Total de patas de caballos: $4x$ (multiplicamos la cantidad de caballos por 4)

Total de patas de gallinas: $2y$ (multiplicamos la cantidad de gallinas por 2)

Entre los dos tipos de animales hay: $4x + 2y = 120$ patas

Y ya tenemos las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 36 & (1) \\ 4x + 2y = 120 & (2) \end{cases}$$

Hemos expresado el problema como un sistema de dos ecuaciones.

Los sistemas de ecuaciones se pueden resolver de varias maneras.

MÉTODO GRÁFICO DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

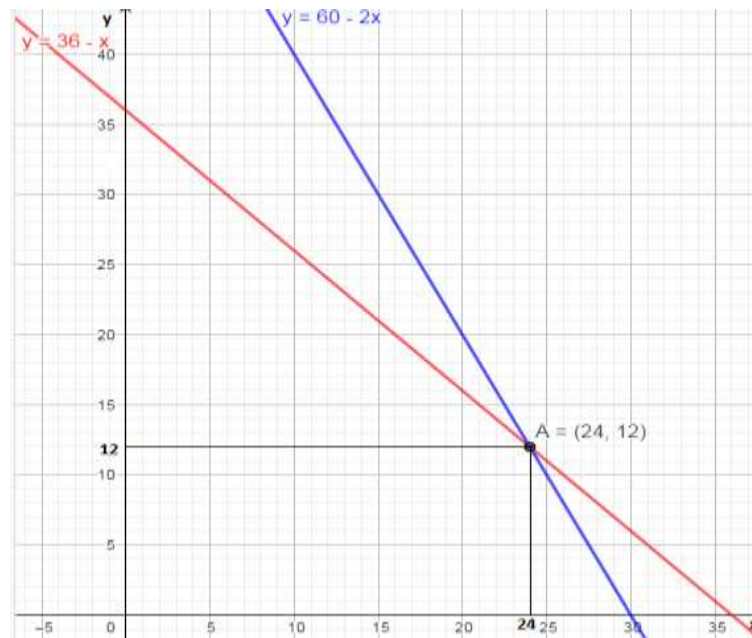
Despejemos la incógnita y en ambas ecuaciones:

En (1) $y = 36 - x$

En (2) $y = 60 - 2x$

Vemos que las dos ecuaciones corresponden a función afín (que estudiamos en la clase anterior), es decir sus gráficas son rectas.

Representemos gráficamente ambas funciones:



Las rectas que las representan se cortan en un punto. Las coordenadas de ese punto son la solución del sistema de ecuaciones.

$$x = 24 \quad \text{hay 24 caballos}$$

$$y = 12 \quad \text{hay 12 gallinas}$$

El siguiente video te muestra cómo resolver gráficamente un sistema de ecuaciones.



A ACTIVIDAD 1 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Plantea el siguiente problema como un sistema de dos ecuaciones lineales y resuélvelo por el método gráfico.

Mariana realiza dos tipos de tareas en la empresa donde trabaja y cobra montos distintos por cada una. El sueldo que percibe al realizar una tarea A y una tarea B es de \$13.000 y si realiza tres tareas A y dos tareas B cobraría \$31.000 ¿Cuánto cobra por cada tarea?

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método gráfico:

$$a) \begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y = 2 \\ 3x + y = -12 \end{cases}$$



RESOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE IGUALACIÓN

Ahora veremos uno de los métodos que permite obtener el valor de las incógnitas haciendo operaciones algebraicas. Lo llamamos **método de igualación**.

Consiste en despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar las expresiones obtenidas para de ese modo, despejar la otra incógnita.

Aclaremos las cosas resolviendo por este método el problema anterior:

- Una vez planteadas las ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 36 & (1) \\ 4x + 2y = 120 & (2) \end{cases}$$

- Despejamos en las dos la misma incógnita:

$$\text{En (1) } y = 36 - x$$

$$\text{En (2) } y = 60 - 2x$$

(Ya teníamos despejada y del caso anterior, también podríamos haber despejado x)

- Igualamos las dos expresiones:

$$36 - x = 60 - 2x$$

- Despejamos x:

$$36 - x = 60 - 2x$$

$$-x + 2x = 60 - 36$$

$$x = 24$$

- Ya tenemos el valor de **x**, ahora lo reemplazamos en cualquiera de estas dos ecuaciones:

En (1) $y = 36 - x$ ó En (2) $y = 60 - 2x$

Y hallamos el valor de y

$$y = 36 - 24$$

$$y = 12$$

De esta manera obtenemos la solución del problema:

$$x = 24 \quad \text{hay 24 caballos}$$

$$y = 12 \quad \text{hay 12 gallinas}$$

Mira este video para comprender mejor el tema:

Control clic sobre la imagen.



A ACTIVIDAD 2 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

Resuelve los sistemas de ecuaciones y el problema de la actividad 1 de la semana anterior por el método de igualación.



CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Los sistemas de ecuaciones pueden tener una solución, ninguna o infinitas, en relación a estas soluciones obtenemos una manera de clasificarlos:

SISTEMA DE ECUACIONES COMPATIBLE DETERMINADO

El problema que resolvimos en las semanas anteriores corresponde a un sistema de ecuaciones compatible determinado, se indica con este nombre cuando el sistema tiene solución y esa solución es un único par de valores de x e y . Si lo representamos gráficamente obtenemos un par de rectas que se cortan en un punto.

SISTEMA DE ECUACIONES COMPATIBLE INDETERMINADO

Planteemos este problema:

La suma de dos números es igual 12, si a 24 le resto el doble del primer número se obtiene el doble del segundo. ¿Cuáles son esos números?

Identifiquemos las incógnitas:

x : es uno de los números

y : es el otro número

La suma de ambos es 12: $x + y = 12$

El doble del primer número: $2x$

El doble del segundo: $2y$

A 24 le resto el doble del primero y obtengo el doble del segundo: $24 - 2x = 2y$

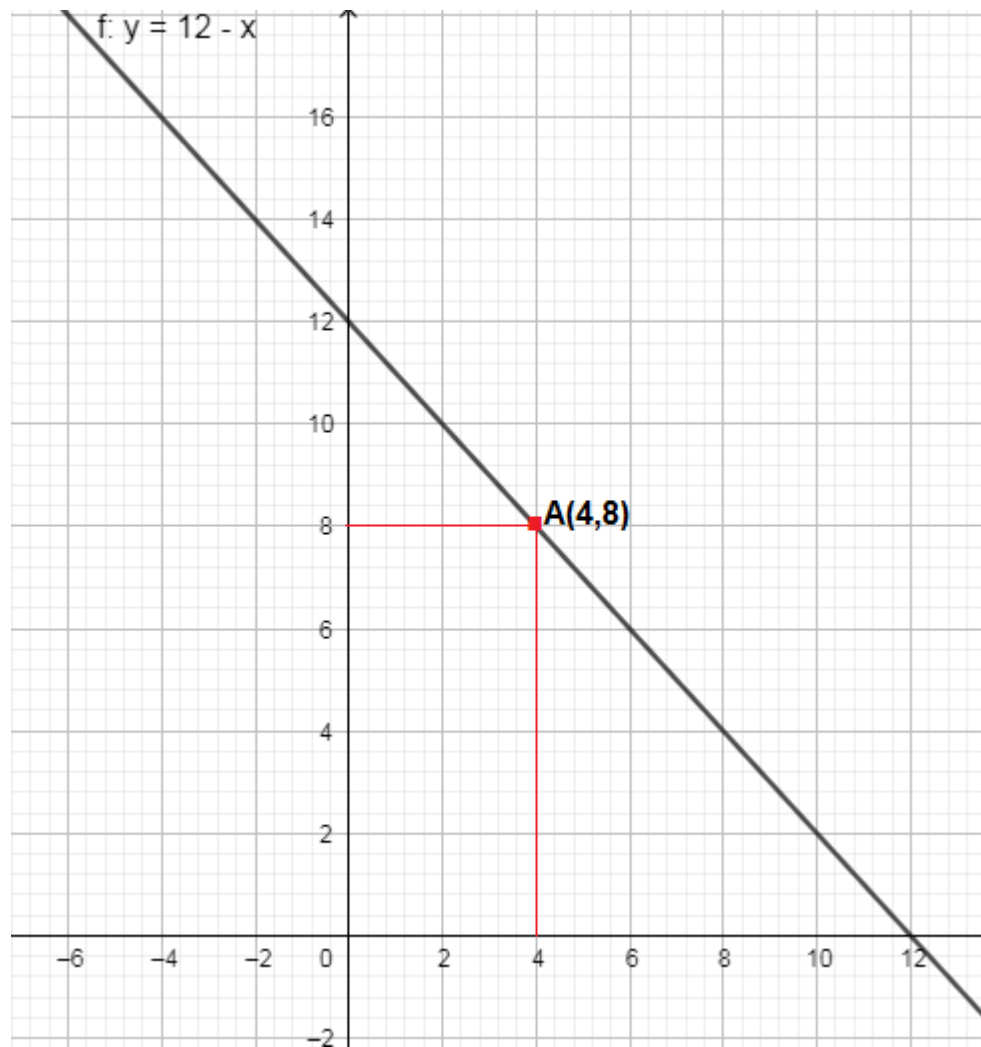
$$\begin{cases} x + y = 12 & (1) \\ 24 - 2x = 2y & (2) \end{cases}$$

Despejamos y en ambas ecuaciones:

En (1) $y = 12 - x$

En (2) $y = 12 - x$

Ahora graficamos:



En los dos casos obtenemos la misma ecuación. Al graficar obtenemos rectas coincidentes. Esto significa que todos los puntos de la recta son solución del sistema de ecuaciones. Es decir, el sistema tiene infinitas soluciones.

Cuando esto ocurre se dice que el sistema es compatible e indeterminado.

¿Veamos qué ocurre si lo resolvemos este sistema por el método de igualación?

$$\text{En (1)} y = 12 - x$$

$$\text{En (2)} y = 12 - x$$

Igualamos estas expresiones:

$$12 - x = 12 - x$$

$$-x + x = 12 - 12$$

$$0x = 0$$

Como al multiplicar por cero se obtiene cero, cualquier valor que le demos a x será solución.

Por ejemplo si $x = 4$

Al reemplazar en (1) resulta:

$$y = 12 - 4$$

$$y = 8$$

El punto de coordenadas $x = 4$ e $y = 8$ pertenece a la recta

Para cualquier valor de x se obtendrá otro de y de modo que el punto con esas coordenadas estará en la recta.

Reafirmando así que las soluciones son infinitas.

SISTEMA DE ECUACIONES INCOMPATIBLE

Veamos qué ocurre con este problema:

La suma de dos números es igual 12, si a 18 le resto el doble del primer número se obtiene el doble del segundo ¿Cuáles son esos números?

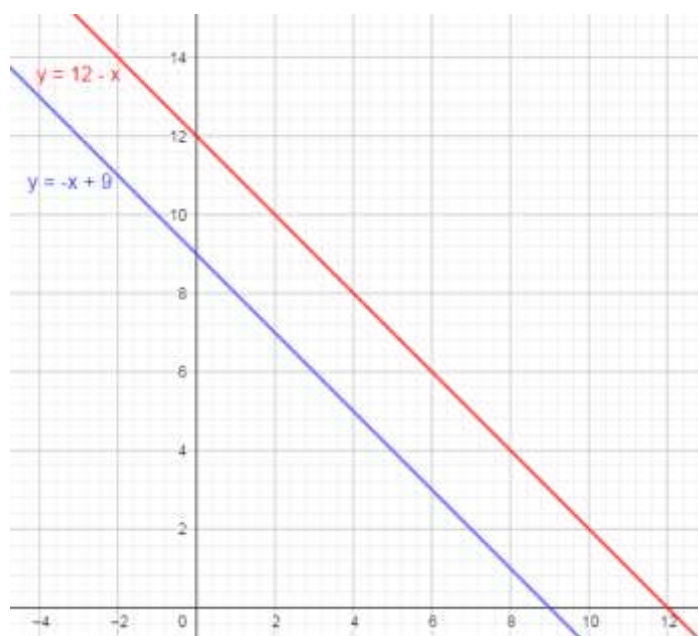
$$\begin{cases} x + y = 12 & (1) \\ 18 - 2x = 2y & (2) \end{cases}$$

Despejamos y en ambas ecuaciones

En (1) $y = 12 - x$

En (2) $y = 9 - x$

Y graficamos:



Obtenemos rectas paralelas, no se cortan. En este caso el sistema de ecuaciones no tiene solución y se llama sistema incompatible. Es decir no existe ningún par de valores x e y que cumpla con las condiciones del problema.

Al resolverlo por el método de igualación obtenemos lo siguiente:

$$12 - x = 9 - x$$

$$-x + x = 9 - 12$$

$$0x = -3$$

Esta expresión es absurda, ya que ningún número multiplicado por cero resulta igual a -3.

De este modo confirmamos en forma algebraica que el sistema no tiene solución.

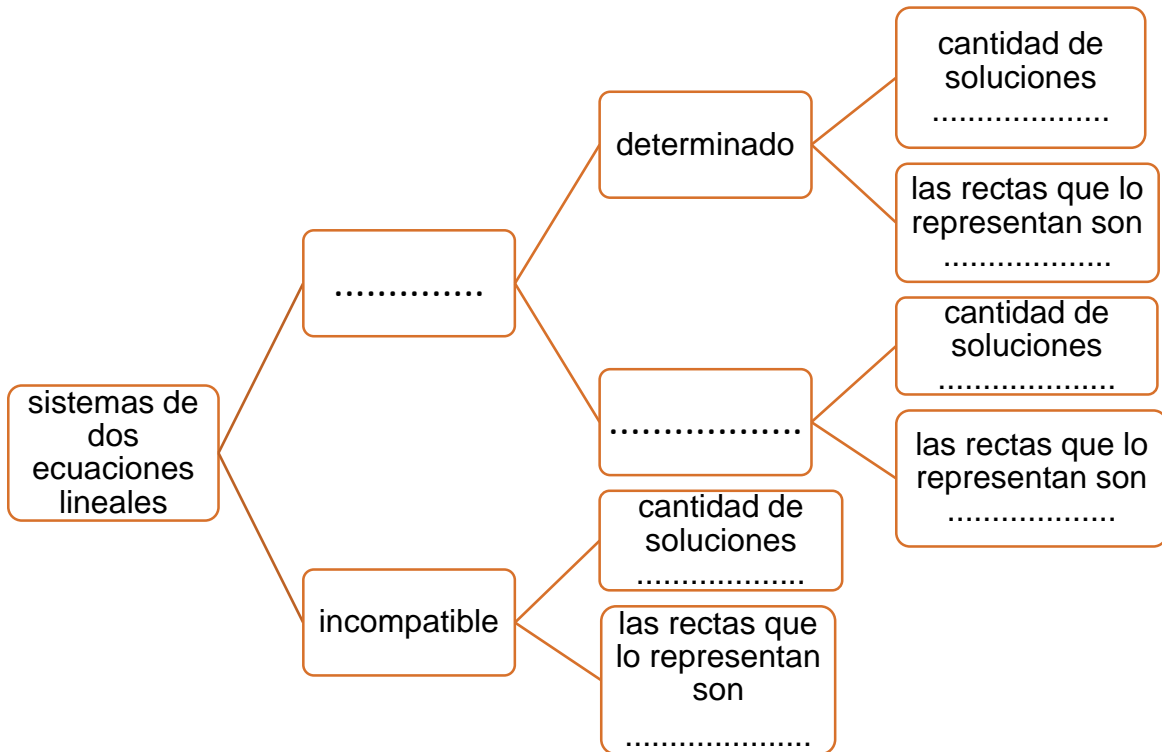
A ACTIVIDAD 3 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

1. Resuelve en forma gráfica y por igualación los siguientes sistemas de ecuaciones

$$a) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x - 2 = -2y \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ 2x - 8 = 2y \end{cases}$$

2. Completa la siguiente infografía referida a la clasificación de los sistemas de ecuaciones.





ACTIVIDADES DE INTEGRACIÓN

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por los dos métodos aprendidos y clasifícalos:

$$a) \begin{cases} 2y + x = 3 \\ y + 4x = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2y = 1 - 2x \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3y + x = 1 \\ -2 + 2x = -6y \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3y + x = 2 \\ -2 + 2x = -6y \end{cases}$$

2.

- a) Plantea el problema mediante un sistema de ecuaciones Adriana tiene dos trabajos, uno por la mañana en una oficina y otro que realiza desde su casa a través de la computadora. El doble de lo que gana en la oficina y el triple de lo que gana en el otro trabajo suman \$96000. Pero si suma el triple de su sueldo en el trabajo de la oficina y el doble del otro trabajo, gana \$36000.

Llama x al monto que gana en el trabajo de la oficina.

Llama y al monto que gana en el trabajo desde su casa.

- b) Resuelve el sistema por el método que creas más conveniente y responde:

¿Cuánto gana en cada trabajo?

BIBLIOGRAFÍA

- Altman, Silvia y otros. Iniciación al álgebra y al estudio de funciones 2. Tinta Fresca. Buenos Aires 2012.
- Bocco, Mónica. Funciones elementales para construir modelos matemáticos. Ministerio de educación. Buenos aires. 2010.
- Kaczor, Pablo y otros. Matemática I. Santillana. Polimodal. Buenos Aires. 2007
- Laurito, Liliana y otros. Matemática Activa 9. Puerto de Palos. Buenos Aires 2001.
- Mérega, Herminia. Actividades de Matemática 9. Santillana. Buenos Aires. 2007.