CLASE 2 – MÓDULO IV

En esta clase nos proponemos expresar situaciones que se modelizan usando las funciones de proporcionalidad directa e inversa, conocer la función afín, representar gráficamente estas funciones usando GEOGEBRA.

¿Cómo citar esta clase?

Programa Oportunid@des, Dirección de Educación de Jóvenes y Adultos, Consejo General de Educación de Entre Ríos, 2018. Matemática, Clase 2, Módulo IV.

SEMANA 1

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Es la función que relaciona a magnitudes directamente proporcionales. Si una de las variables aumenta, la otra variable también aumentará en forma proporcional.

Veamos la siguiente situación:

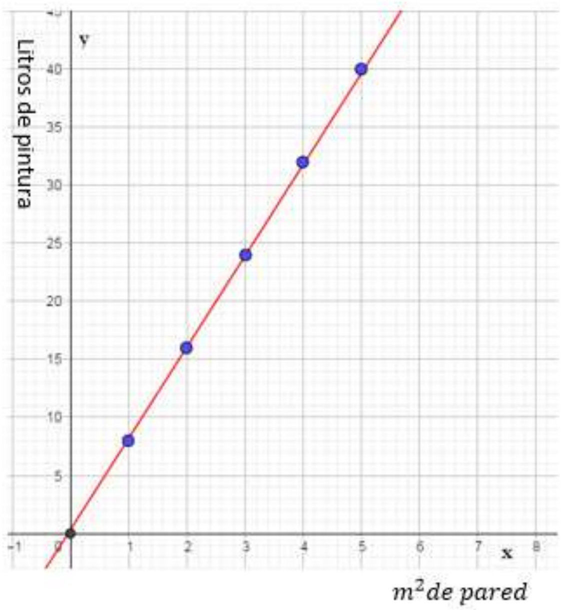
Liliana tiene que comprar pintura para pintar su habitación. Si en la lata se indica que con 1 litro de pintura se pueden pintar $8m^2$, ¿cuántos litros necesita para pintar las paredes de la habitación si las paredes de ésta miden $40m^2$?

En este caso la cantidad de pintura depende de la medida de la pared.

Si aumenta el tamaño de la pared a pintar necesitaremos más pintura. A doble cantidad de pared, le corresponde doble cantidad de pintura. Si una magnitud se duplica, lo mismo ocurre con la otra.

Podemos completar esta tabla para luego transformarla en un gráfico.

	X = Medida de la pared (m^2)	***Y= Cantidad de pintura (litros)***	
	0	***0***	
	8	***1***	
X3	***16***	***2***	X3
X 2	***24***	***3***	X 2
	32	***4***	
	40	***5***	



La gráfica está formada por puntos que pertenecen a una misma recta.

La recta pasa por el origen de coordenadas.

Las funciones de proporcionalidad directa tienen una fórmula que las caracteriza:

$$y = k . x$$

Donde k es la ***constante de proporcionalidad directa*** y su valor se obtiene al dividir cualquier par de valores correspondientes y: x.

En este caso al dividir las cantidades correspondientes de y entre las de x:

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{8} = \frac{2}{16} = \frac{3}{24} = 0{,}125$$

$k =$0,125 es la constante de proporcionalidad.

La ecuación de la función es

$$y = 0{,}125 . x$$

Observa que al remplazar x en la función por los valores de la tabla se obtendrán los valores correspondientes de y.

En general vamos a expresar ***la función de proporcionalidad directa*** del siguiente modo:

$$\boldsymbol{f(x) = k.x}$$

$k = \frac{y}{x}$ es la constante de proporcionalidad.

$Domf = R$ El dominio es el conjunto de los números reales.

$Imf = R$ La imagen es el conjunto de los números reales.

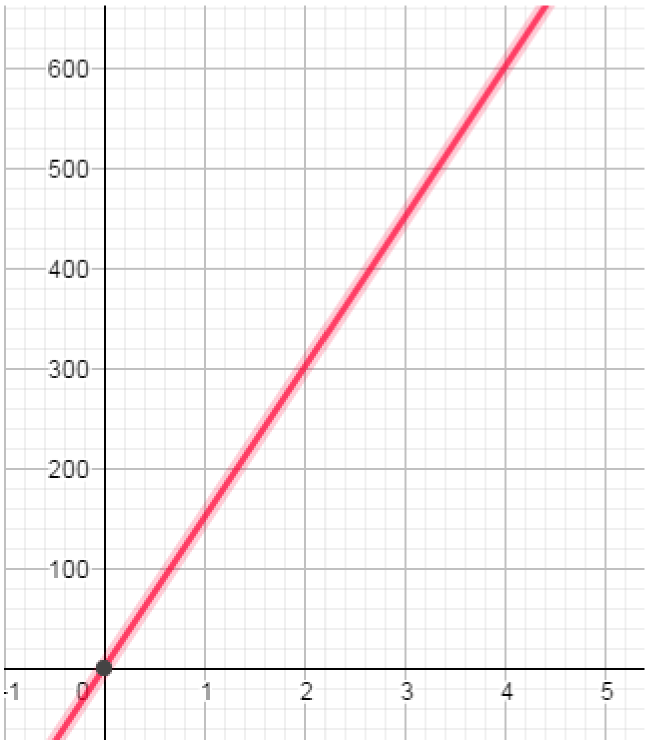
Su gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

Es una función creciente en todo su dominio.

Haciendo clic en la siguiente imagen, podrás ver el video para repasar y comprender lo anterior:

Actividad 1 obligatoria para entregar al tutor

1) La siguiente gráfica representa el dinero recaudado en función de las entradas vendidas.



a) Coloca en cada eje las magnitudes que representan.

b) ¿Se trata de una función de proporcionalidad directa? ¿Cómo te das cuenta?

c) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

d) Averigua a través de la gráfica cuánto se debe pagar por 4 entradas.

e) Busca en el gráfico cuantas entradas se

SEMANA 2

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

Este tipo de función relaciona magnitudes inversamente proporcionales. Si una de las variables aumenta, la otra variable disminuirá en forma proporcional.

Analicemos esta situación:

Si usamos una canilla por la que salen 18 litros por minuto tardaremos 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría en llenarse el depósito si por la canilla salen 7 litros por minuto?

Veamos qué ocurre si varía la cantidad de agua que sale por cada minuto. Organicemos los datos en una tabla:

	x **=** Cantidad de agua por minuto (litros)	***y*** **=** Tiempo (horas)	
$\div 2$	18	14	$x2$
	9	28	
	12	21	
	4	63	
	28	9	

Si una variable se multiplica, la otra se divide por el mismo número.

El producto entre cada par de valores correspondientes es constante, lo llamamos constante de proporcionalidad inversa $k = y.x$

En este caso $k = 18.14 = 252$

$$k = 252$$

$$y.x = 252$$

$$\boldsymbol{y = \frac{252}{x}}$$

Esta es la fórmula de esta función de proporcionalidad inversa que permite hallar los valores de y dividiendo la constante por el valor de x correspondiente.

En general vamos a expresar ***la función de proporcionalidad inversa*** del siguiente modo:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{k}{x}}$$

$k = y.x$ es la constante de proporcionalidad.

$Domf = R - \{0\}$ El dominio es el conjunto de los números reales excepto el cero.

$Imf = R - \{0\}$ La imagen es el conjunto de los números reales excepto el cero.

La gráfica de esta función se llama hipérbola.

Con el siguiente video podrás repasar y comprender lo anterior, hacé clic sobre la imagen para verlo.

Actividad 2 obligatoria para entregar al tutor

La siguiente tabla muestra la cantidad de barriles que se pueden llenar con 100 litros de aceite en relación a la capacidad de cada barril.

Contenido de cada barril (litros)	Cantidad de barriles
50	
	25
25	4
100	
20	

a) Halla la constante de proporcionalidad.

b) Escribe la fórmula de la función.

c) Completa la tabla.

d) Realiza la gráfica con geogebra.

SEMANA 3

FUNCIÓN AFÍN

Para estudiar esta función comencemos analizando la siguiente situación:

Juan trabaja como taxista y en su municipio se ha determinado que el costo de los viajes será de $30 por bajada de bandera y $ 2 por cada tramo de 100 metros recorridos.

Queremos hallar la función que permite determinar el costo de un viaje en el taxi de Juan.

Debemos comenzar identificando las variables. El precio pagado depende de la distancia recorrida.

La variable **independiente, x,** es la distancia recorrida que en el problema está expresada en tramos de 100m.

La variable **dependiente, y,** es el precio pagado que expresamos en pesos.

Completemos la siguiente tabla de valores:

x	y
0	30
1	32
2	34
3	36
5	40
10	50
20	70

Si un pasajero recorre 1 tramo de 100m debe pagar $30 por la bajada de bandera y $2 por la distancia recorrida es decir $32

Si recorre 5 tramos de 100m pagará

$2.5 +$30= $40

Vemos que en todos los casos hay que pagar $30, y vamos agregando de a $2 a medida que se recorren tramos de 100m.

2.1+30=32

2.2+30=34

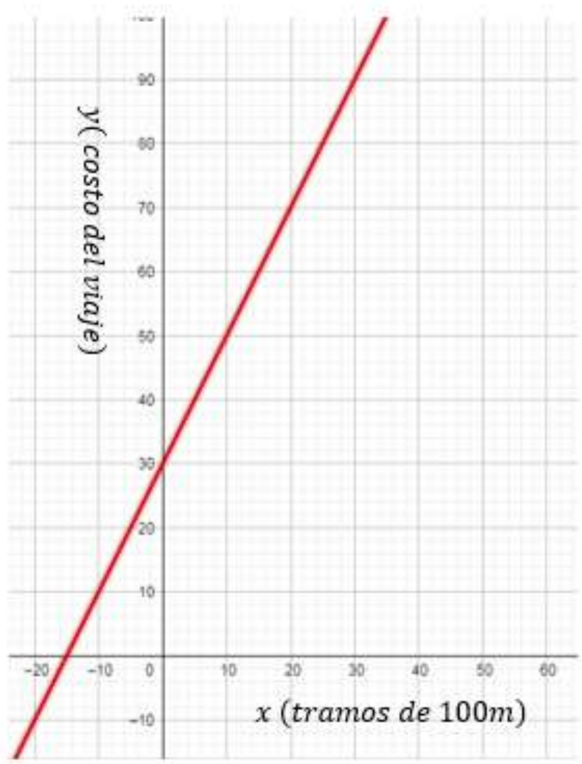
2.3+30=36

2.4+30=38

La función que representa esta situación se expresa:

$f(x) = 2.x + 30$ o $y = 2.x + 30$

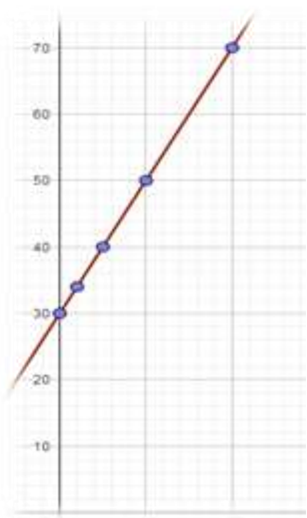
Si llevamos esta expresión a una gráfica cartesiana, obtenemos una recta.



PENDIENTE Y ORDENADA AL ORIGEN

ORDENADA AL ORIGEN

La recta corta al eje y en 30. Diremos que 30 es la ordenada al origen. Es el valor que toma y cuando x = 0



$f(x) = 2.x + \mathbf{30}$

$f(0) = 2.0 + \mathbf{30}$

$f(0) = \mathbf{30}$

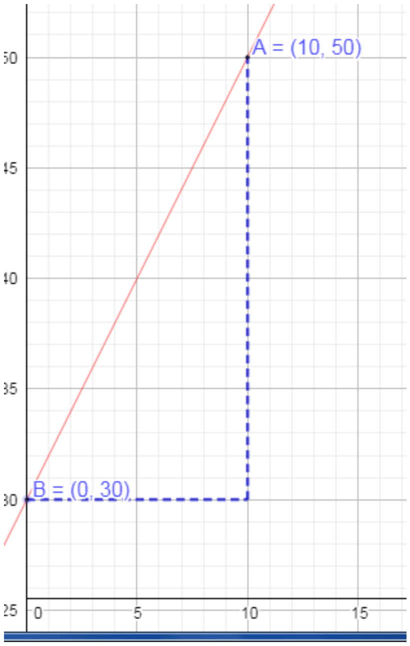
30 es la ordenada alorigen.

PENDIENTE

Si consideramos dos puntos de la gráfica por ejemplo A y B, observamos que cuando x aumenta 10 unidades, y aumenta 20 unidades.

Esta relación entre las variaciones de x e y nos llevan a definir el concepto de pendiente de la recta.

$$Pendiente\ = \frac{variación\ de\ y}{variación\ de\ x}$$



En nuestro ejemplo

$$Pendiente\ = \frac{20}{10} = 2$$

Independientemente del par de puntos que elijamos al calcular la división entre las variaciones de x e y, obtendremos el mismo valor.

La pendiente de esta recta es 2.

En general vamos a expresar ***la función afín*** del siguiente modo

$$\boldsymbol{f(x) = a.x + b}$$

a es la pendiente y b es la ordenada al origen

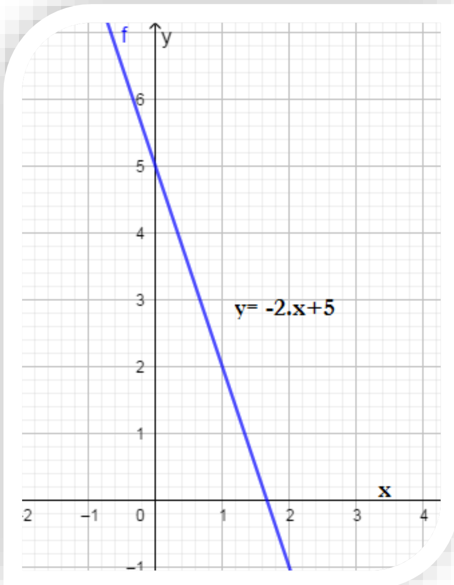
$Domf = R$ El dominio de la función afín es el conjunto de los números reales.

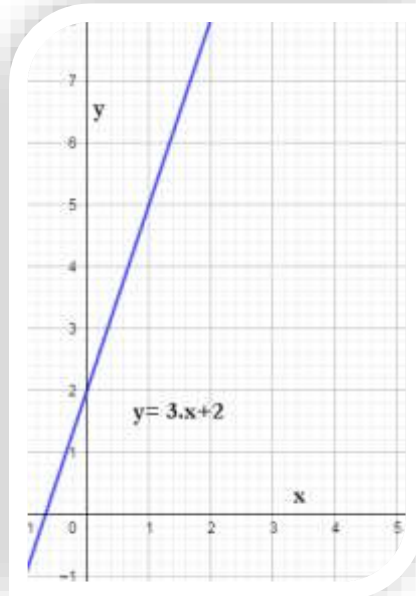
$Imf = R$ La imagen de la función afín es el conjunto de los números reales.

La pendiente de la recta muestra su inclinación con respecto al eje x.

Si la pendiente tiene ***signo positivo*** la función es ***creciente***.

Si tiene ***signo negativo*** es ***decreciente.***





Pendiente negativa

La función es decreciente

Pendiente positiva

La función es creciente

RAÍZ DE LA FUNCIÓN AFÍN

En la clase anterior dijimos:

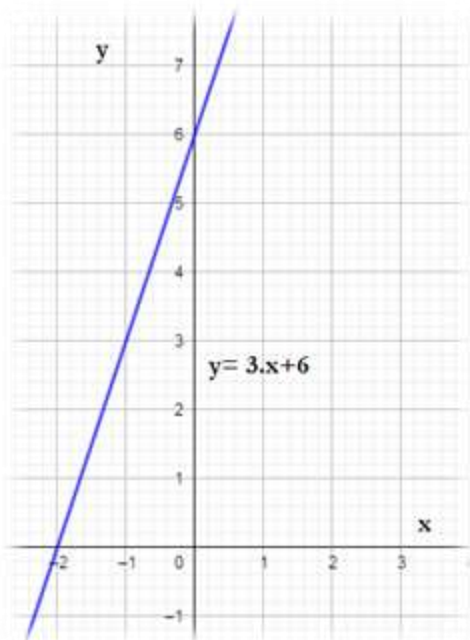
Se llama **raíz de una función** a los valores de x que tienen como imagen el cero. Es decir, los puntos donde la gráfica corta al eje x.

Una función puede tener muchas raíces.

En forma simbólica escribimos:

***Si** $\boldsymbol{f(x) = 0}$**, entonces x es raíz de** $\boldsymbol{f(x)}$*

Para hallar analíticamente la raíz de una función igualamos la expresión algebraica a cero y resolvemos la ecuación



$y = 3.x + 6$ o

$f(x) = 3.x + 6$

$si\ f(x) = 0$

Escribimos: $3.x + 6 = 0$

Resolvemos la ecuación:

$3.x + 6 = 0$

$3.x = -6$

$x = -6 : 3$

ACTIVIDAD 3 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

Dadas las funciones $y = \frac{5}{2}.x - 10 \quad e \;\; y = -2x + 8$

a) Indica la ordenada al origen de cada una

b) ¿Cuál es el valor de la pendiente en cada función? Explica su significado

c) Halla la raíz de cada una resolviendo la ecuación

d) Grafica ambas funciones con Geogebra.

AI ACTIVIDADES DE INTEGRACIÓN

1. Analía trabaja como repostera y sabe que para preparar una torta se deben añadir 20 gramos de chocolate por cada 50 gramos de harina que se emplee. Marianela va a hornear tres tortas para colaborar con el bingo que realizan en el club del barrio y, para ello, ha amasado 300 g, 400 g y 500 g de harina, respectivamente.

a. ¿Qué cantidad de chocolate deberá añadir en cada caso?

b. Grafica de la función que relaciona las distintas cantidades empleadas de harina y de chocolate.

c. ¿Es de proporcionalidad directa o inversa? Escribe la ecuación correspondiente.

2. Un grupo de personas que trabajan a favor del medio ambiente propuso al gobierno de la provincia repoblar con 6 000 árboles una zona boscosa que sufrió un incendio forestal. Si se sabe que seis personas necesitan 120 horas para plantar todos los árboles, ¿cuántas horas hacen falta para plantarlos si colaboran 60 voluntarios?

a. ¿Qué relación de proporcionalidad existe entre las variables? ¿Cómo te diste cuenta?

b. Grafica la función.

c. Halla la constante de proporcionalidad y escribe su fórmula.

3. Adriana trabaja en una empresa donde diseñan y fabrican sillones cobra por su trabajo un monto fijo de $600 por día y $100 por cada hora extra.
   a) Expresa usando el modelo de la función afín la fórmula que le permite determinar cuánto cobrará por día de trabajo en función de la cantidad de horas extras que realice.
   b) ¿cuál es el valor de la ordenada al origen? Explica por qué es ese el valor.
   c) ¿cuál es el valor de la pendiente? Explica por qué es ese el valor.
   d) Realiza la gráfica correspondiente a esta función.

BIBLIOGRAFÍA

- Altman, Silvia y otros. Iniciación al álgebra y al estudio de funciones 2. Tinta Fresca. Buenos Aires 2012.
- Bocco, Mónica. Funciones elementales para construir modelos matemáticos. Ministerio de educación. Buenos aires. 2010.
- Kaczor, Pablo y otros. Matemática I. Santillana. Polimodal. Buenos Aires. 2007
- Laurito, Liliana y otros. Matemática Activa 9. Puerto de Palos. Buenos Aires 2001.
- Mérega, Herminia. Actividades de Matemática 9. Santillana. Buenos Aires. 2007.