

CLASE 1 – MÓDULO IV

*En esta clase nos proponemos conocer el concepto de función y otros conceptos asociados a ella como dominio e imagen, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, raíces, entre otros.*

**¿Cómo citar esta clase?**

Programa Oportunid@des, Dirección de Educación de Jóvenes y Adultos, Consejo General de Educación de Entre Ríos, 2018. Matemática, Clase 1, Módulo IV.



En esta clase seguiremos trabajando las formas de representar las ideas en lenguaje de la matemática. Su lenguaje incluye símbolos, signos fórmulas y gráficos.

Situaciones que ocurren en diferentes ámbitos, algunas tan comunes como las que se producen entre las personas o entre personas y cosas, por ejemplo, cuando decimos Analía es madre de cinco hijos, a cada ciudadano le corresponde un número de documento; o relaciones entre cosas: por cada mesa ubicaremos cinco sillas; o entre individuos de la naturaleza: las bacterias se duplican cada cinco minutos. Todas tienen una forma de expresión en la matemática.

Analizar estas relaciones, clasificarlas, ponerle nombres a los elementos que intervienen en ellas, comunicarlas utilizando diferentes instrumentos es tarea de los matemáticos.

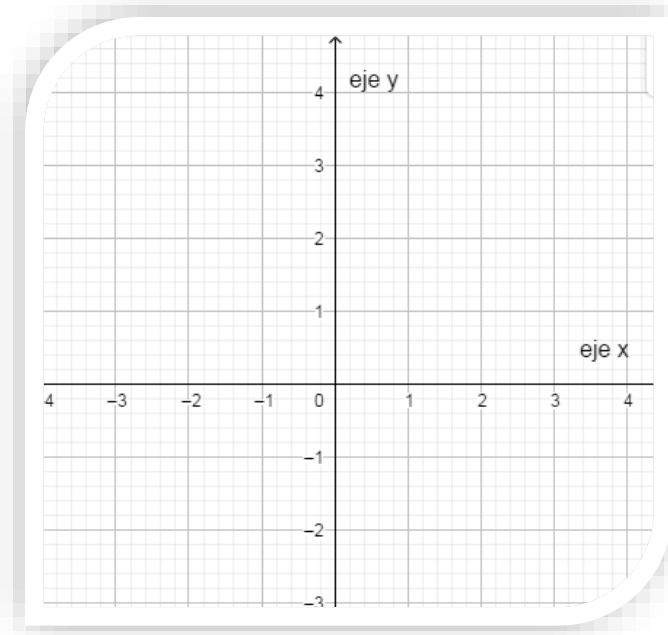
## SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

Una forma de comunicar la información es a través de los gráficos realizados en un sistema de ejes cartesianos.

En ellos podemos distinguir dos rectas perpendiculares que llamamos **ejes**. Ambos ejes están graduados y se cortan en un punto que llamamos origen de coordenadas que corresponde al valor cero tanto para el eje  $x$  como para el eje  $y$ .

Un eje horizontal, el **eje  $x$** , o eje de abscisas, o eje de la variable independiente.

Un eje vertical, el **eje  $y$** , o eje de ordenadas, o eje de la variable



Este video te muestra las partes de un sistema de coordenadas y cómo puedes realizarlo utilizando Geogebra.



En el siguiente enlace podrás descargar GEOGEBRA (una vez que accedas al sitio, te sugiero seleccionar Geogebra clásico) que te ayudará a realizar gráficas de funciones y muchas actividades más. (*Hace control + clic sobre el enlace para descargar*).

<https://www.geogebra.org/download>

## ANÁLISIS DE GRÁFICAS CARTESIANAS

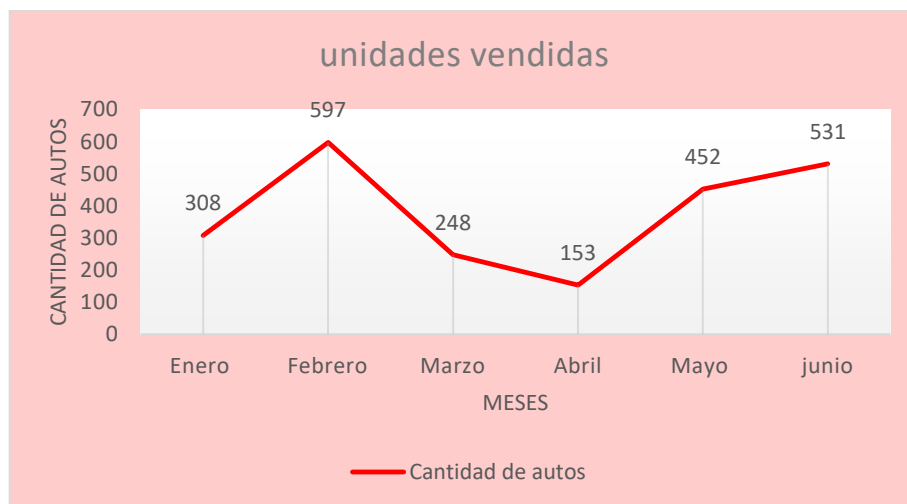
Veamos un ejemplo donde usamos gráficas cartesianas que está relacionado con la actividad económica.

El gerente de una concesionaria ha anotado en **un cuadro** la cantidad de automóviles que se vendieron durante el primer semestre del año.

Meses	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
Cantidad de autos	308	597	248	153	452	531

A estos datos los podemos mostrar en forma de **un gráfico** como el siguiente que ayuda a entenderlos mejor.

Veamos cuánta información nos proporciona.



La línea roja que queda trazada se llama curva o gráfica.

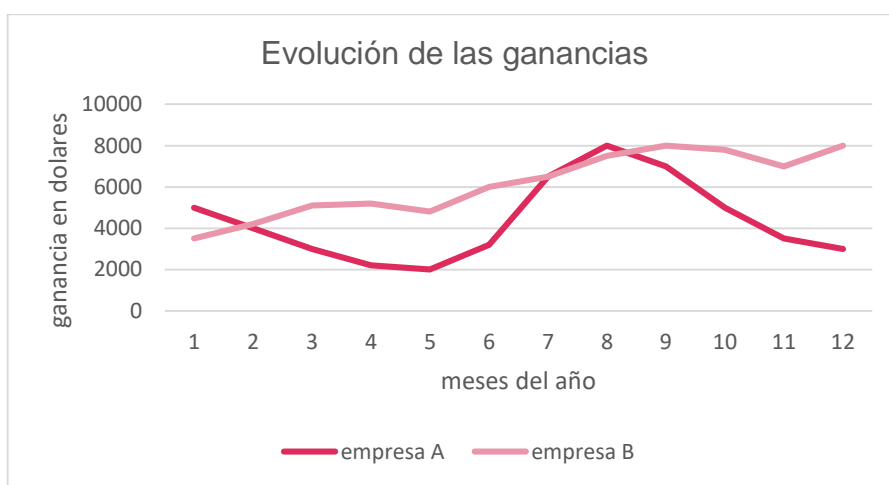
Al leer la gráfica expresamos que en el mes de febrero se produjo la máxima venta de autos y la cantidad fue 597.

En el mes de abril se vendieron 153 autos y ese valor fue el mínimo.

Las ventas decrecieron entre los meses de febrero y abril, en cambio crecieron entre abril y junio.

## ACTIVIDAD 1 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

El siguiente gráfico muestra como evolucionaron las ganancias de las empresas A y B a lo largo de un año. Observa y responde:



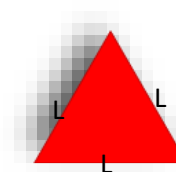
- ¿Cuáles fueron los meses de mayor ganancia para cada una de las empresas?
- ¿En qué meses las ganancias de la empresa B fueron mayores que las de la empresa A?
- ¿Qué ocurrió en el mes de febrero?
- ¿En qué mes fue mayor la diferencia entre las ganancias de ambas empresas?
- Para la empresa A:
  - ¿Entre qué meses las ganancias crecieron?
  - ¿Entre qué meses decrecieron?
  - ¿En qué mes llegaron al valor máximo? ¿Cuál fue ese valor?



VARIABLES INDEPENDIENTE Y DEPENDIENTE

En este caso mostraremos la gráfica cartesiana que representa a una **expresión algebraica**.

Podemos obtener una fórmula para calcular el perímetro de un triángulo equilátero.



Al darle distintos valores a la longitud del lado,  $L$ , obtendremos distintos valores para el perímetro,  $Per$ :

$$Si L = 1 \rightarrow Per = 3.1 = 3$$

$$Si L = 2 \rightarrow Per = 3.2 = 6$$

$$Si L = 3 \rightarrow Per = 3.3 = 9$$

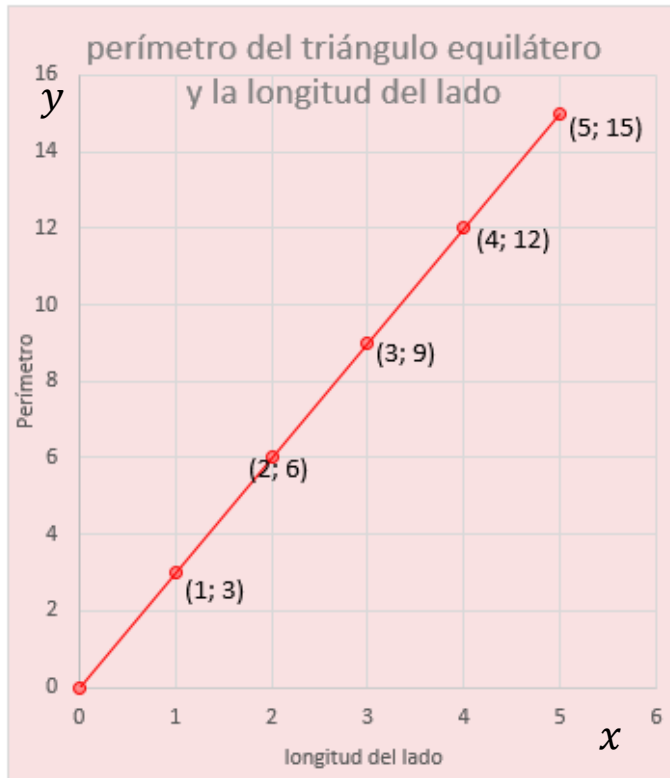
En general:  $Per = 3.L$

Decimos que el perímetro del triángulo equilátero depende de la longitud de su lado.

x	y
L	Per
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

Y así podríamos seguir para todos los valores de  $L$  que quisiéramos y mostrar los resultados en una **tabla de valores**.

Y luego construir un gráfico



La **variable independiente**  $x$  es la longitud del lado,  $L$ .

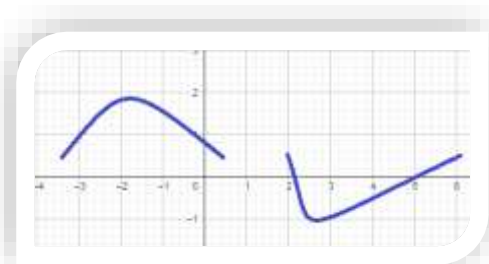
Y la **variable dependiente**  $y$  es el perímetro,  $Per$ .

FUNCIÓN

Una función es una regla según la cual **a cada valor** que toma la variable independiente  $x$  le corresponde **un único valor** de la variable dependiente  $y$ , al que llamamos imagen.

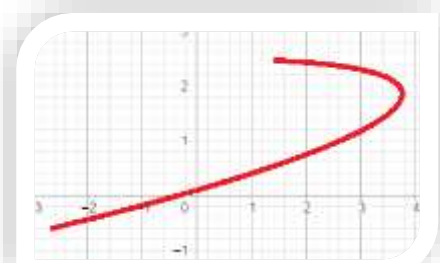
Para indicar que  $y$  está en función de  $x$  escribimos  $y = f(x)$

Observemos lo escrito en negrita en la definición anterior y relacionémoslo con estos gráficos:



**“a cada valor de  $x$ ”**

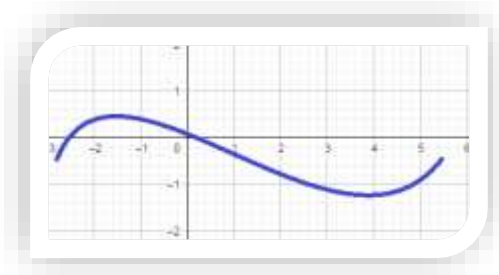
Observa que la gráfica está “cortada”, algunos valores de  $x$  no se relacionan con ningún valor de  $y$ . En este caso la gráfica no representa una función.



**“un único valor de  $y$ ”**

En este caso, para algunos valores de  $x$ , la gráfica “pasa dos veces”. Tampoco es función porque para cada valor de  $x$  debe existir uno solo de  $y$ .





Esta curva es la gráfica de una función.

Hace clic sobre la imagen para ver el video.

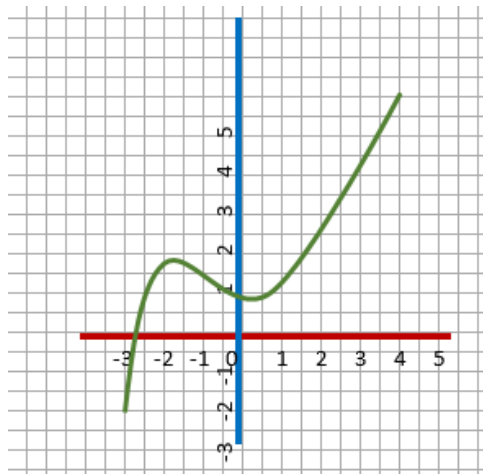


## DOMINIO E IMAGEN DE UNA FUNCIÓN

El **dominio de una función**  $Dom f$  es el conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente, es decir los valores que puede tomar  $x$ .

El conjunto formado por todos los valores que puede tomar la variable dependiente se llama **imagen de la función**  $Im f$ , es decir todos los valores que puede tomar  $y$ .

El dominio y la imagen de una función se expresan mediante intervalos de números reales.



$$Dom f = [-3; 4]$$

El menor valor de  $x$  es  $-3$  y el mayor es  $4$ .

$$Im f = [-2; 6]$$

Para la variable  $y$  el menor valor es  $-2$  y el mayor es  $6$

Un **intervalo de números reales** es un conjunto de números reales que se expresa colocando entre paréntesis o corchetes el primer y último elemento del conjunto.

Cuando se usan paréntesis  $(-7; 3)$  indica todos los números reales entre  $-7$  y  $3$  excluyendo a ambos.

Cuando se usan corchetes  $[-7; 3]$  todos los números reales entre  $-7$  y  $3$  con estos incluidos.

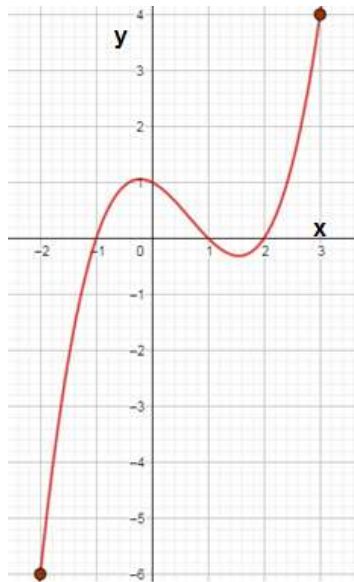
Control clic sobre la imagen para ver el video:



# A ACTIVIDAD 2 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

Teniendo en cuenta la siguiente gráfica, completa con la información requerida:

Dominio	
Imagen	
Es función	
¿Por qué?	



## RAÍZ DE UNA FUNCIÓN Y ORDENADA AL ORIGEN

Se llama **raíz de una función** a los valores de  $x$  que tienen como imagen el cero. Es decir, los puntos donde la gráfica corta al eje  $x$ .

Una función puede tener muchas raíces, una o ninguna

En forma simbólica escribimos:

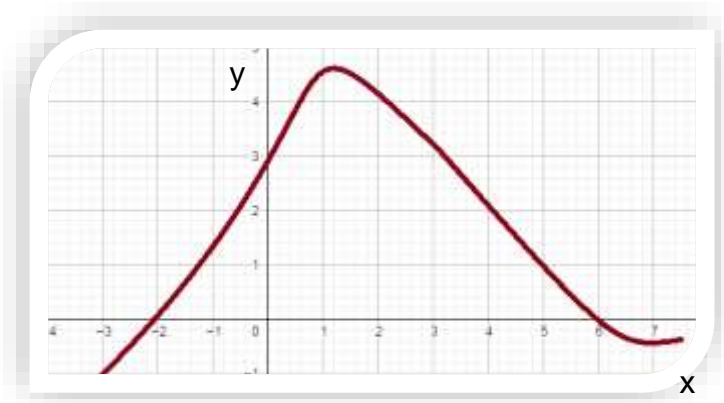
$$\text{Si } f(x) = 0, \text{ entonces } x \text{ es raíz de } f(x)$$

La **ordenada al origen** es el valor de la función cuando  $x$  vale cero. Es decir, el punto donde la gráfica corta al eje  $y$ .

Una función puede tener una ordenada al origen o ninguna.

En forma simbólica escribimos:

$$\text{Si } f(0) = b, \text{ entonces } b \text{ es la ordenada al origen de } f(x)$$



$f(0) = 3$  entonces  
3 es la ordenada  
al origen de  $f(x)$   
 $f(-2) = 0$  y  $f(6) = 0$   
entonces  $-2$  y  $0$   
son raíces de  $f(x)$

Control clic sobre la imagen para ver el video.

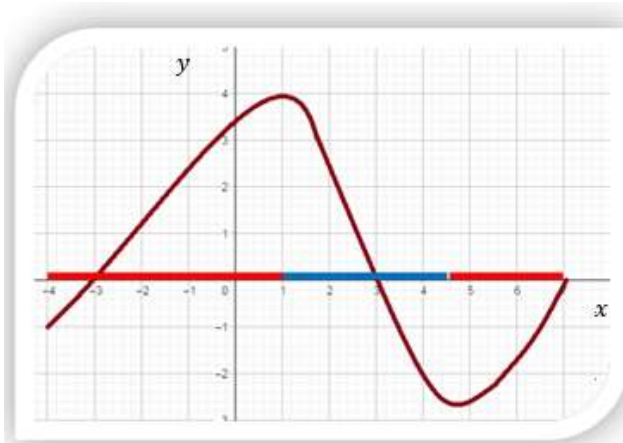


## INTERVALOS DE CRECIMIENTO Y DE DECRECIMIENTO DE UNA FUNCIÓN

Una función **crece** si al aumentar el valor de  $x$ , los valores que toma la función también aumentan.

En cambio, **decrece** si al aumentar el valor de  $x$ , los valores que toma la función disminuyen.

Indicamos el crecimiento o decrecimiento de una función escribiendo el **intervalo de números reales** en que esto ocurre.



Los intervalos de crecimiento son:

$$[-4; 1] \text{ y } [4,5; 7]$$

Hay un solo intervalo de decrecimiento:

$$[1; 4,5]$$

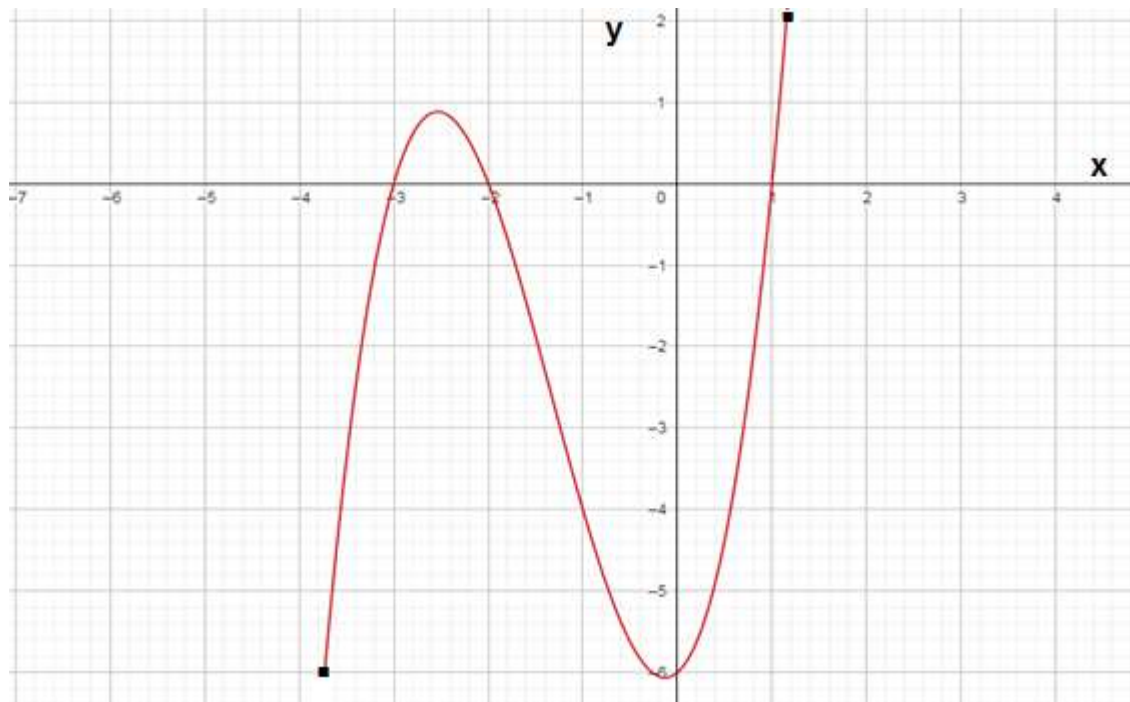
Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento se determinan sobre el eje  $x$ .

Control clic sobre la imagen para ver el video.



## A ACTIVIDAD 3 OBLIGATORIA PARA ENTREGAR AL TUTOR

Analiza la siguiente grafica que corresponde a una función y completa la tabla con la información requerida.

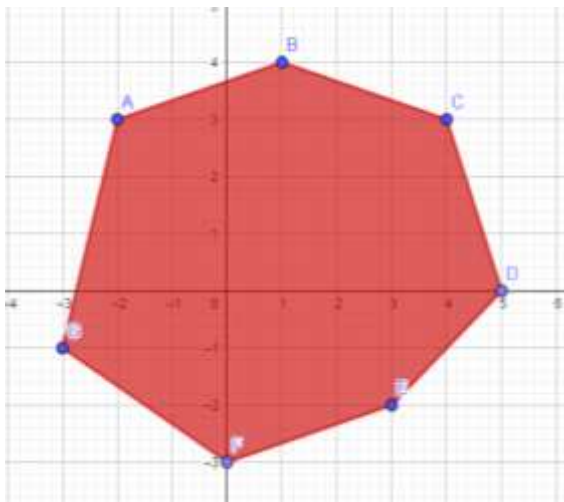


Raíces de la función	
Ordenada al origen	
Intervalos de crecimiento	
Intervalos de decrecimiento	

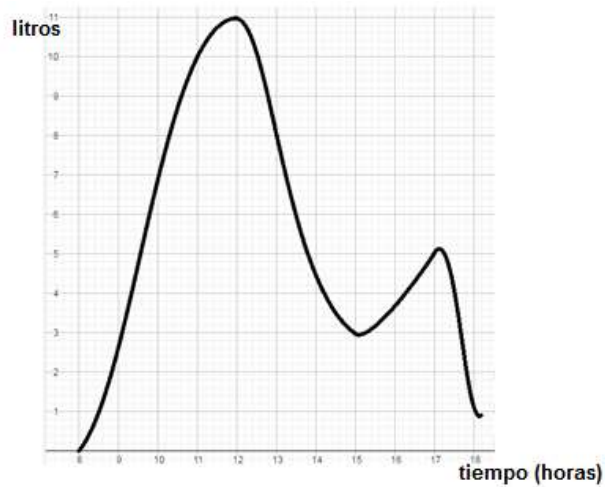


ACTIVIDADES DE INTEGRACIÓN

1. Indica las coordenadas de los vértices de la figura dibujada.



2. En este gráfico se muestra la cantidad de agua consumida en una oficina durante un día.



- a) Indica las variables dependiente e independiente.
- b) ¿Cuál o cuáles son las raíces de la función?
- c) Marca el momento de mayor consumo ¿a qué hora se produce? ¿a cuánto asciende?
- d) Escribe los intervalos de crecimiento y de decrecimiento del consumo.
- e) ¿Se trata de una función? ¿Por qué?
- f) Escribe el dominio y la imagen.

3. Considera la siguiente función:

$$y = 2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 3) \cdot (x - 2)$$

- a) Grafícala utilizando GEOGEBRA
- b) Descríbela según los conceptos estudiados en esta clase: valor máximo, valor mínimo, dominio, imagen, intervalo de crecimiento y de decrecimiento, raíces y ordenada la origen.



## BIBLIOGRAFÍA

- Altman, Silvia y otros. Iniciación al álgebra y al estudio de funciones 2. Tinta Fresca. Buenos Aires 2012.
- Bocco, Mónica. Funciones elementales para construir modelos matemáticos. Ministerio de educación. Buenos aires. 2010.
- Kaczor, Pablo y otros. Matemática I. Santillana. Polimodal. Buenos Aires. 2007
- Laurito, Liliana y otros. Matemática Activa 9. Puerto de Palos. Buenos Aires 2001.
- Mérega, Herminia. Actividades de Matemática 9. Santillana. Buenos Aires. 2007.